

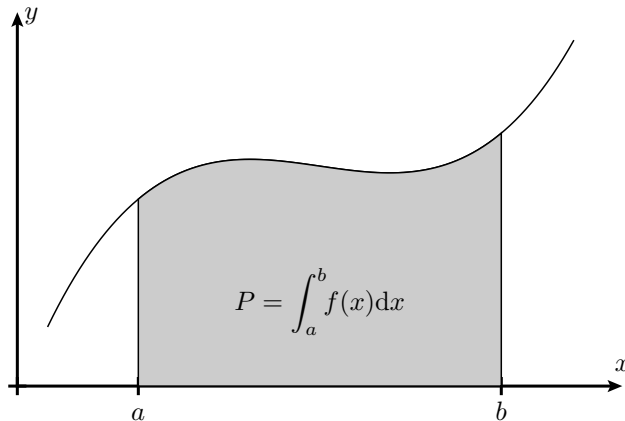
PRIMENA ODREĐENOG INTEGRALA

Površina ravnih likova

Neka je funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna funkcija na intervalu $[a, b]$. Potrebno je izračunati **površinu krivolinijskog trapeza** ograničenog krivom $y = f(x)$, pravama $x = a$ i $x = b$ i x -osom (odnosno pravom $y = 0$).

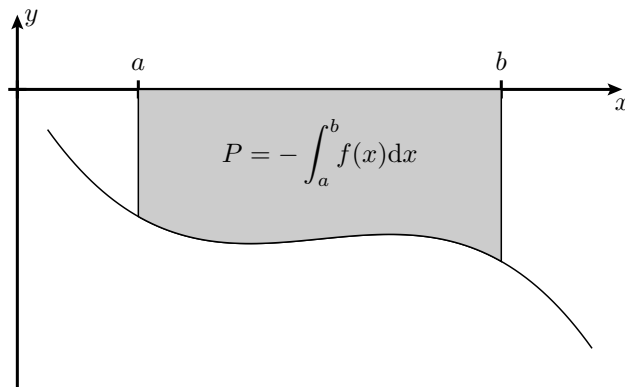
1. Ako je $f(x) \geq 0$ za svako $x \in [a, b]$ tada je

$$P = \int_a^b f(x) dx;$$



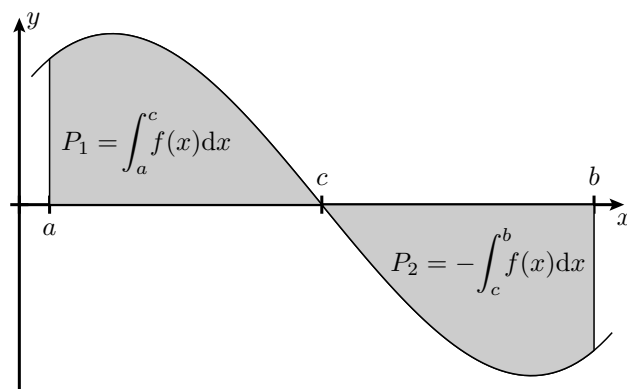
2. Ako je $f(x) \leq 0$ za svako $x \in [a, b]$, tada je

$$P = - \int_a^b f(x) dx;$$



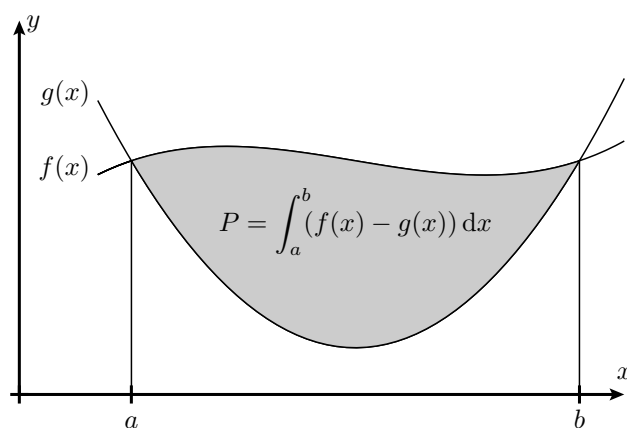
3. Ako funkcija $f(x)$ menja znak na intervalu $[a, b]$, tj. postoji tačka $c \in [a, b]$ takva da je $f(c) = 0$ i $f(x) \geq 0$ za svako $x \in [a, c]$ i $f(x) \leq 0$ za svako $x \in [c, b]$, tada je

$$P = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx.$$



4. Ako za neprekidne funkcije $f(x)$ i $g(x)$ na intervalu $[a, b]$ važi da je $f(x) \geq g(x)$ za svako $x \in [a, b]$, tada se **površina oblasti** ograničene krivama $y = f(x)$ i $y = g(x)$ i pravama $x = a$ i $x = b$ može izračunati na sledeć način:

$$P = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$$



ZADACI

1. Izračunati površinu određenu pravama $y = x$, $x = 2$ i x -osom.
2. Izračunati površinu određenu pravama $y = x$, $x = -2$, $x = 2$ i x -osom.
3. Izračunati površinu određenu krivom $y = x^2$ i pravama $x = -1$, $x = 2$ i $y = 0$.
4. Izračunati površinu određenu krivom $y = x^3$ i pravama $x = -1$, $x = 2$ i $y = 0$.
5. Izračunati površinu ograničenu sinusoidom $y = \sin x$ i x -osom za $0 \leq x \leq 2\pi$.
6. Izračunati površinu određenu krivom $y = x^2 - 4x$ i pravama $x = 2$, $x = 5$ i $y = 0$.
7. Izračunati površinu određenu krivom $y = x^2 + x + 1$ i pravama $x = 0$, $x = 1$ i $y = 0$.
8. Izračunati površinu određenu krivom $y = 2x - x^2$ i prave $y = 0$.
9. Izračunati površinu određenu krivom $y = -x^2 + 6x - 5$ i x -osom.
10. Izračunati površinu ograničenu krivom $y = e^x$ i pravama $y = x$, $x = 0$ i $x = 1$.
11. Izračunati površinu određenu krivom $y = -x^2 + 6x - 5$ i pravama $x = 2$, $x = 4$ i $y = 0$.

12. Izračunati površinu određenu krivom $y = \frac{1}{x}$ i pravama $x = 1$, $x = 4$ i $y = 0$.
13. Izračunati površinu određenu krivama $y = 2^x$ i $y = 2x - x^2$ i pravama $x = 0$ i $x = 2$.
14. Izračunati površinu određenu krivama $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$.
15. Izračunati površinu određenu krivom $y = x^2 - 3x$ i prave $y = x$.
16. Izračunati površinu određenu krivom $y = x^2 + x - 2$ i prave $y = x + 7$.
17. Izračunati površinu određenu krivama $y = -x^2 + 9$ i $y = x^2 - 10x + 9$.
18. Izračunati površinu određenu pravama $y = x + 1$, $y = \frac{x}{2}$ i $x = 3$.
19. Izračunati površinu određenu krivom $y = \sqrt{x}$ i pravama $y = -x$, $x = 1$ i $x = 4$.
20. Izračunati površinu određenu krivama $y = x^2 - 12x + 36$ i $y = x^2$ i x -osom.
21. Izračunati površinu određenu pravama $y = x$, $y = 2 - x$ i $y = 0$.
22. Izračunati površinu određenu krivom $y = \ln x$ i pravama $y = x - 1$ i $y = 1$.
23. Izračunati površinu određenu krivom $y = -x^2 + 2x$ i pravama $y = x - 2$ i $y = -x$.
24. Izračunati površinu određenu krivama $y = x^2$ i $y = \frac{x^2}{2}$ i pravom $y = 2x$.