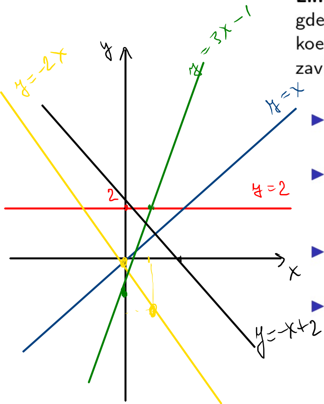
Linearna funkcija. Linearne jednačine i nejednačine, sistemi linearnih jednačina i nejednačina

7. април 2024.

$\boxed{y = f(x)}$ $\boxed{y = ax+b}$ ← PRAVA



Linearna funkcija je funkcija oblika $f(x) = ax + b$, odnosno $y = ax + b$, gde su a i b realni koeficijenti. Grafik linearne funkcije je prava; broj a je koeficijent pravca prave, a broj b predstavlja presek grafika sa y-osom. U zavisnosti od koeficijenata linearne funkcije razlikujemo sledeće slučajeve:

- Ako je $a = 0$, grafik je prava linija paralelna x-osi; na slici primer ovakve funkcije je $f_1(x) = 2$ (crvena prava).
- Ako je $b = 0$, tada prava prolazi kroz koordinatni početak; takvi primeri su funkcije $f_2(x) = x$ (plava prava) i $f_5(x) = -2x$ (žuta prava).
- Za $a > 0$ linearna funkcija je rastuća. Primeri rastućih funkcija na slici su $f_2(x) = x$ (plava prava) i $f_3(x) = 3x - 1$ (zelena prava).
- Za $a < 0$ linearna funkcija je opadajuća. Opadajuće funkcije na slici su $f_4(x) = -x + 2$ (crna prava) i $f_5(x) = -2x$ (žuta prava).

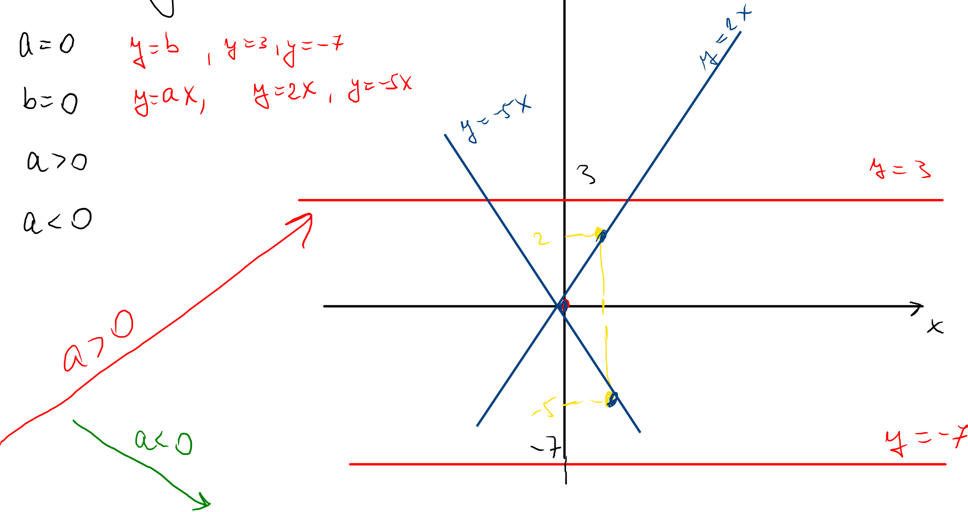
$y = ax + b$

$a = 0$ $\quad y = b, \ y = 3, \ y = -7$

$b = 0$ $\quad y = ax, \quad y = 2x, \ y = -5x$

$a > 0$

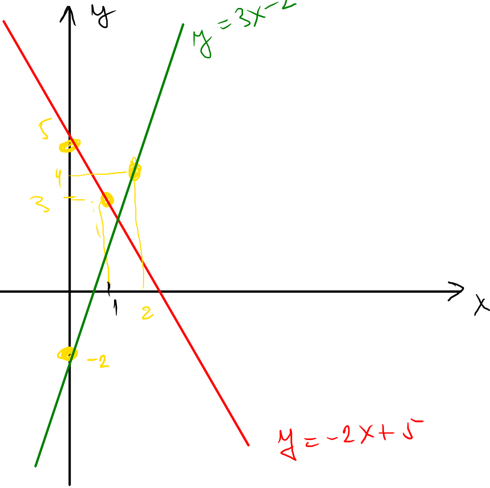
$a < 0$



$x=0 \quad y=5$

$x=1 \quad y=3$

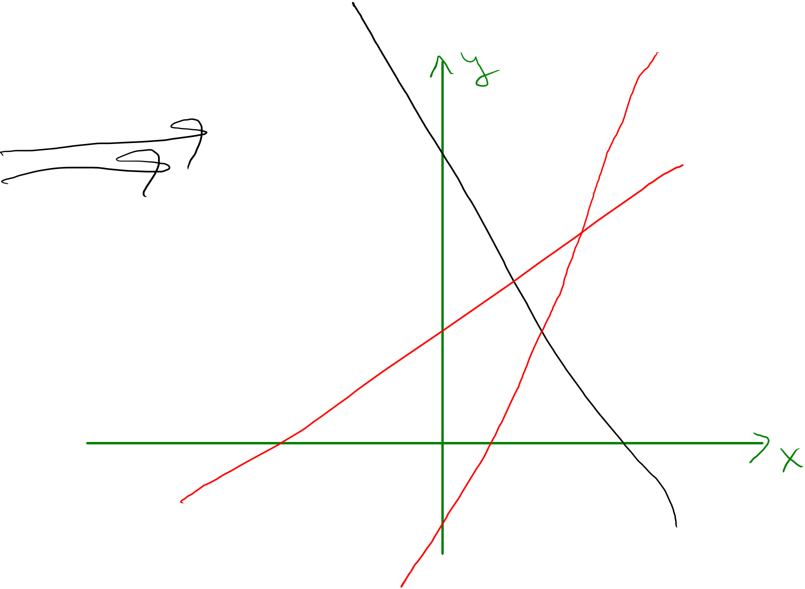
$$y = -2x+5$$



$$y = 3x-2$$

$x=0 \quad y=-2$

$x=2 \quad y=4$


y
x

- ▷ **Linearna jednačina** je oblika $ax + b = 0,\ a, b \in \mathbb{R},\ a \neq 0$, i njeno rešenje je $x = -\dfrac{b}{a}$.
- ▷ **Linearna nejednačina** može biti oblika $ax + b < 0,\ ax + b > 0,\ ax + b \leq 0,\ ax + b \geq 0$.
- ▶ Neka je $a > 0$, tada iz $ax + b > 0 \implies ax > -b \implies x > -\dfrac{b}{a}$.
- ▶ Neka je $a < 0$, tada iz $ax + b > 0 \implies ax > -b \implies x < -\dfrac{b}{a}$

$ax + b \leq 0$

$ax \leq -b$

$a > 0$ $\qquad$ $a < 0$

$x \leq -\dfrac{b}{a}$ $\qquad$ $x \geq -\dfrac{b}{a}$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

$f(x) = 0 \wedge g(x) \neq 0$

Zadaci:

1. Rešiti jednačine:

1.1 $\frac{6x^2+9}{x(3x-1)} - \frac{2}{1} = \frac{3}{x} - \frac{3}{3x-1} \quad / \cdot x(3x-1)$

$$\frac{6x^2+9-2x(3x-1)}{x(3x-1)} = \frac{3(3x-1)-3x}{x(3x-1)}$$

$$\frac{\cancel{6x^2}+9-\cancel{6x^2}+2x}{x(3x-1)} = \frac{9x-3-3x}{x(3x-1)}$$

$$\frac{2x+9}{x(3x-1)} = \frac{6x-3}{x(3x-1)}$$

$$\frac{2x+9-6x+3}{x(3x-1)} = 0$$

$2x+9 = 6x-3$

$2x-6x = -3-9$

$-4x = -12$

$\boxed{x=3}$

$x\cdot(3x-1) \neq 0$

$x \neq 0 \qquad 3x-1 \neq 0$

$x \neq \frac{1}{3}$

USLOVI: $\boxed{x \neq 0}$ $\quad 3x-1 \neq 0$

$\boxed{x \neq \frac{1}{3}}$

$$\frac{6x^2+9-2x(3x-1)}{x(3x-1)} = \frac{3(3x-1)-3x}{x(3x-1)} \quad / \cdot x(3x-1)$$

$2x+9 = 6x-3 \ \ldots$

$$\frac{6x^2+9}{x(3x-1)} - \frac{2}{1} = \frac{3}{x} - \frac{3}{3x-1} \quad / \cdot x(3x-1) \neq 0$$

$\boxed{x \neq 0}$ $\quad 3x-1 \neq 0$

$\boxed{x \neq \frac{1}{3}}$

$$6x^2+9-2x(3x-1) = 3(3x-1) - 3 \cdot x$$