

BINARNE OPERACIJE

Neka je $A \neq \emptyset$.

Unarna operacija skupa A je svaka funkcija $' : A \rightarrow A$. **Binarna operacija** skupa A je svaka funkcija $* : A^2 \rightarrow A$.

Uobičajeno je da se za unarne operacije koriste simboli: $-$, $^{-1}$, $'$ i slično, a za binarne: $+$, \cdot , \oplus , \odot , $*$ i slično.

Takođe se umesto $*(a, b)$ piše $a * b$, na primer, umesto $+(1, 2) = 3$ piše se $1 + 2 = 3$.

Ako je $*$ binarna operacija nepraznog skupa A uređen par $\mathcal{A} = (A, *)$ se naziva **grupoid**.

Uređen par $(A, *)$ je grupoid ako je $A \neq \emptyset$ i operacija $*$ zatvorena u skupu A , tj. važi $\forall x, y \in A \implies x * y \in A$.

Primer: Da li su sledeći uređeni parovi grupoidi?

$(\mathbb{N}, +)$, (\mathbb{N}, \cdot) , $(\mathbb{N}, -)$, $(\mathbb{Z}, -)$, (\mathbb{Z}, \cdot) , $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$, (\mathbb{R}, \cdot) , $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$, $(\{-1, 0, 1\}, +)$, $(\{-2, -1, 0, 1, 2\}, \cdot)$.

Binarne operacije se obično zadaju (definišu) korišćenjem:

- Kejljevih tablica.

Pomoću Kejljevih tablica se mogu zadati unarne i binarne operacije na konačnom skupu A . Na primer, neka je $A = \{0, 1, 2, 3\}$

'		
0		0
1		3
2		2
3		1

*		0	1	2	3
0		0	1	2	3
1		1	2	3	3
2		2	3	3	3
3		3	3	3	3

- Poznatih binarnih operacija .

Pomoću poznatih operacija mogu se zadati nove unarne i binarne operacije. Na primer, na skupu $A = \{0, 1, 2, 3\}$ su sa

$$x' = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ 4 - x, & x \neq 0 \end{cases} \quad \text{i} \quad x * y = \min\{x + y, 3\}$$

definisane iste operacije $'$ i $*$ koje su definisane Kejljevim tablicama datim iznad.

Osobine grupoida.

Neka je A neprazan skup.

- Grupoid $(A, *)$ je asocijativan (polugrupa) ako $\forall x, y, z \in A, x * (y * z) = (x * y) * z$.
- Grupoid $(A, *)$ je komutativan ako $\forall x, y \in A, x * y = y * x$.
- Grupoid $(A, *)$ je idempotentan ako $\forall x \in A, x * x = x$.
- Grupoid $(A, *)$ je sa levim neutralnim elementom ako $\exists e \in A, \forall x \in A, e * x = x$.

Grupoid $(A, *)$ je sa desnim neutralnim elementom ako $\exists e \in A, \forall x \in A, x * e = x$.

Element $e \in A$ je neutralni element grupoida $(A, *)$ ako je on istovremeno i levi i desni neutralni element.

- Neka je $e \in A$ levi neutralni element grupoida $(A, *)$. Ako za neki element $x \in A, \exists x' \in A, x' * x = e$ tada je x' levi inverzni element elementa x .

Neka je $e \in A$ desni neutralni element grupoida $(A, *)$. Ako za neki element $x \in A, \exists x' \in A, x * x' = e$ tada je x' desni inverzni element elementa x .

Neka je $e \in A$ neutralni element grupoida $(A, *)$. Ako za neki element $x \in A$ postoji element $x' \in A$ koji je istovremeno i levi i desni inverzni element elementa x , tada je element x' inverzni element, elementa x .

- Grupoid $(A, *)$ je kancelativan ako $\forall x, y, z \in A, x * y = x * z \implies y = z$ i $y * x = y * x \implies y = z$ (levi i desni zakon kancelacije).

- Grupoid $(A, *)$ je sa levim nilpotentnim elementom ako $\exists \mathbf{0} \in A, \forall x \in A, \mathbf{0} * x = \mathbf{0}$.

Grupoid $(A, *)$ je sa desnim nilpotentnim elementom ako $\exists \mathbf{0} \in A, \forall x \in A, x * \mathbf{0} = \mathbf{0}$.

Element $\mathbf{0} \in A$ je nilpotentni element grupoida $(A, *)$ ako je on istovremeno i levi i desni nilpotentni element.

Ako postoji neutralni element, on je jedinstven.

Ako postoji inverzni element, on je jedinstven.

Ako je grupoid komutativan, levi neutralni element mora biti i desni, levi inverzni element mora biti i desni, levi nilpotentni element mora biti i desni, tj. pri ispitivanju neutralnog, nilpotentnog i inverznih elemenata dovoljno je ispitivati samo leve, odnosno samo desne.

Ako u asocijativnom grupoidu postoji i neutralni i inverzni elementi on je kancelativan.

Ako je neka operacija zadata preko poznatih binarnih i unarnih operacija, tada se pri ispitivanju njenih osobina koriste poznate osobine operacija preko kojih je definisana.

ZADACI

- (1) Ispitati koji su od sledećih uređenih parova datih u tablici grupoidi i za one koji jesu ispitati komutativnost, asocijativnost, neutralni i inverzni element.

	$(\mathbb{N}, +)$	(\mathbb{N}, \cdot)	$(\mathbb{N}, -)$	$(\mathbb{Z}, -)$	(\mathbb{Z}, \cdot)	$(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, :)$	$(\mathbb{R}, :)$	$(\mathbb{R} \setminus \{0\}, :)$	$(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$
grupoid									
asocijativnost									
komutativnost									
neutralni element									
inverzni elementi									
	$(\{-1, 0, 1\}, +)$	$(\{-2, -1, 0, 1, 2\}, \cdot)$	$(\{7k \mid k \in \mathbb{Z}\}, +)$	$(\{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$	$(\{3k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}, +)$				
grupoid									
asocijativnost									
komutativnost									
neutralni element									
inverzni elementi									
	$(\{5k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$	$(\{-1, 1\}, \cdot)$	$(\{1, -1, i, -i\}, +)$	$(\{1, -1, i, -i\}, \cdot)$	$(\{f \mid f : A \rightarrow A\}, \circ)$				
grupoid									
asocijativnost									
komutativnost									
neutralni element									
inverzni elementi									

Neka je $\mathcal{A} = (A, *)$ grupoid, i neka je B neprazan podskup skupa A . Ukoliko je $\mathcal{B} = (B, *)$ grupoid, tj. ako je operacija $*$ zatvorena u skupu B , tada je \mathcal{B} **podgrupoid** grupoida \mathcal{A} .

Operacija $*$ grupoida \mathcal{B} je ustvari restrikcija operacije $*$ grupoida \mathcal{A} , ali je uobičajeno da se one isto označavaju.

Zakovitosti u kojima od kvantifikatora figuriše samo \forall (na primer komutativnost i asocijativnost) prenose se sa grupoida na svaki njegov podgrupoid.

Primer: Neka je $A = [0, 1]$ i $B = \{0, 1\}$. Ispitati da li su uređeni parovi (A, \min) i (B, \min) grupoidi i ako jesu ispitati njihove osobine.

(A, \min) jeste grupoid jer:

- $A \neq \emptyset$;
- zatvorenost: važi jer za $\forall x, y \in A, \min(x, y) \in [x, y] \subseteq A$,

Za grupoid (A, \min) :

- asocijativnost: važi jer za $\forall x, y, z \in A, \min(x, \min(y, z)) = \min(x, y, z) = \min(\min(x, y), z)$;
- komutativnost: važi jer za $\forall x, y \in A, \min(x, y) = \min(y, x)$;
- idempotentnost: važi jer za $\forall x \in A, \min(x, x) = x$;

- neutralni elemenat: je 1 jer je za $\forall x \in A, \min(1, x) = x$;
- inverzni elementi: samo elemenat 1 ima inverzni i to je sam sebi inverzan, tj. važi $\min(1, 1) = 1$, ostali elementi nemaju inverzne;
- nilpotentni elemenat: je 0 jer je za $\forall x \in A, \min(0, x) = 0$;
- kancelativnost: ne važi jer je na primer $\min(0, 1) = \min(0, 0)$ a $0 \neq 1$.

Skup B je neprazan podskup skupa A , i on je zatvoren za operaciju \min jer $\forall x, y \in B, \min(x, y) \in \{x, y\} \subseteq B$, pa je (B, \min) grupoid, što znači da je (B, \min) podgrupoid grupoida (A, \min) . Kako je operacija \min u skupu B restrikcija operacije \min u skupu A , i kako 1 i 0 pripadaju skupu B , u grupoidu (B, \min) važe potpuno iste osobine kao i u grupoidu (A, \min) .

Primer: Ispitati da li su uređeni parovi $(\mathbb{R}, \cdot), (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot), ((0, \infty), \cdot), ((0, 1], \cdot), ((0, 1), \cdot), (\{0, 1\}, \cdot), (A, \cdot)$ gde je $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0 < x < 1\}$ i (\mathbb{I}, \cdot) grupoidi i ako jesu ispitati njihove osobine. Odrediti koji su grupoidi podgrupoidi nekih drugih ovde posmatranih grupoida.

Svi navedeni skupovi su neprazni.

\cdot	\mathbb{R}	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$(0, \infty)$	$(0, 1]$	$(0, 1)$	$\{0, 1\}$	A	\mathbb{I}
grupoid	+	+	+	+	+	+	+	$-, \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \notin \mathbb{I}$
asocijativnost	+	+	+	+	+	+	+	/
komutativnost	+	+	+	+	+	+	+	/
idempotentnost	-	-	-	-	-	+	-	/
neutralni element	1	1	1	1	-	1	-	/
inverzni elementi	0 nema, ostali +	+	+	1 ima, ostali -	-	1 ima, 0 nema	-	/
nilpotentni element	0	-	-	-	-	0	-	/
kancelacija	-	+	+	+	+	-	+	/

Svaki od posmatranih grupoida je sam sebi podgrupoid i osim toga:

- $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ je podgrupoid od (\mathbb{R}, \cdot) ;
- $((0, \infty), \cdot)$ je podgrupoid od (\mathbb{R}, \cdot) i $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$;
- $((0, 1], \cdot)$ je podgrupoid od $(\mathbb{R}, \cdot), (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ i $((0, \infty), \cdot)$;
- $((0, 1), \cdot)$ je podgrupoid od $(\mathbb{R}, \cdot), (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot), ((0, \infty), \cdot)$ i $((0, 1], \cdot)$;
- $(\{0, 1\}, \cdot)$ je podgrupoid od (\mathbb{R}, \cdot) ;
- (A, \cdot) je podgrupoid od $(\mathbb{R}, \cdot), (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot), ((0, \infty), \cdot), ((0, 1], \cdot)$ i $((0, 1), \cdot)$.

Ako je operacija $*$ na nepraznom skupu A zadata Kejljevom tablicom, neke od osobina se mogu proveriti “vizuelno” uočavanjem određenog, specifičnog, rasporeda u tablici.

- zatvorenost: u tablici se javljaju samo elementi skupa A ;
- komutativnost: tablica je simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu;
- idempotentnost: na glavnoj dijagonali su poređani elementi skupa A onako kako su poređani u graničnoj vrsti i koloni;
- neutralni elemenat: $e \in A$ je levi neutralni elemenat ako je vrsta elementa e jednaka graničnoj vrsti, a $e \in A$ je desni neutralni elemenat ako je kolona elementa e jednaka graničnoj koloni;
- inverzni elemenat: ako je e levi neutralni elemenat, tada postoji levi inverzni elemenat x' elementa x ukoliko se u koloni elementa x pojavljuje bar jednom neutralni elemenat e , a ako je e desni neutralni elemenat, tada postoji desni inverzni elemenat x' elementa x ukoliko se u koloni elementa x pojavljuje bar jednom neutralni elemenat e .
Svaki elemenat ima svoj inverzni akko se elemenat e pojavljuje tačno jednom u svakoj vrsti i koloni i simetrično je raspoređen odnosu na glavnu dijagonalu.
- nilpotentni element: element $\mathbf{0}$ je nilpotentni element ako su cela njegova vrsta i kolona popunjeni sa njim samim;
- asocijativnost i kancelacija se ne mogu ispitivati pomoću tablice.

Primer:* Neka je $A = \{a, b, c, d\}$, i neka je operacija $*$ skupa A zadata Kejljevom tablicom

*	a	b	c	d
a	a	b	a	b
b	b	b	b	b
c	a	b	c	d
d	b	b	d	d

- zatvorenost: u tablici se javljaju samo elementi skupa $A \neq \emptyset$, pa $(A, *)$ jeste grupoid;
- komutativnost: tablica je simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu pa grupoid $(A, *)$ jeste komutativan;
- idempotentnost: na glavnoj dijagonali su poređani elementi skupa A baš onako kako su poređani u graničnoj vrsti i koloni pa grupoid $(A, *)$ jeste idempotentan;
- neutralni elemenat: elemenat $c \in A$ je neutralni elemenat grupoida $(A, *)$ jer je njegova vrsta jednaka graničnoj vrsti, a njegova kolona jednaka graničnoj koloni;
- inverzni elemenat: osim elementa c koji je sam sebi inverzan ($c * c = c$) ostali elementi nemaju inverzne;
- nilpotentni elemenat: elemenat $b \in A$ je nilpotentni elemenat jer se cela njegova vrsta i kolona popunjeni sa njim samim;
- grupoid $(A, *)$ nije kancelativan jer je recimo $ba = bd$ a $a \neq d$ (što se vidi iz tablice ali se nije moglo zaključiti na osnovu nje);
- da bi se ispitala asocijativnost grupoida $(A, *)$ potrebno je proveriti jednakost $x*(y*z) = (x*y)*z$ za sve $x, y, z \in A$, što bi bilo $4^3 = 64$ slučaja. Kako je c neutralni elemenat, ako bar jedna promenljiva (x, y ili z) ima vrednost c , jednakost $x*(y*z) = (x*y)*z$ će biti zadovoljena jer c kao neutralni elemenat ne utiče na rezultat operacije. Sad ostaje da se proveri još $3^3 = 27$ slučajeva. Kako je b nilpotentni elemenat, ako bar jedna promenljiva (x, y ili z) ima vrednost b , jednakost $x*(y*z) = (x*y)*z$ će biti zadovoljena jer će izrazi na levoj i desnoj strani jednakosti imati vrednost b . Ostaje da se proveri još $2^3 = 8$ slučajeva. Ovo se može proveriti direktno očitavanjem iz tablice

$$\begin{array}{ll}
 a * (a * a) = a = (a * a) * a, & a * (a * d) = b = (a * a) * d, \\
 a * (d * a) = b = (a * d) * a, & a * (d * d) = b = (a * d) * d, \\
 d * (a * a) = b = (d * a) * a, & d * (a * d) = b = (d * a) * d, \\
 d * (d * a) = b = (d * d) * a, & d * (d * d) = d = (d * d) * d,
 \end{array}$$

pa grupoid $(A, *)$ jeste asocijativan.

ZADACI

- (1) Ispitati koje osobine ima grupoid $(G, *)$ ako je $G = \{a, b, c\}$, a operacija $*$ je data tablicom

*	a	b	c
a	c	a	a
b	a	b	c
c	b	c	b

- (2) Ispitati koje osobine ima grupoid $(G, *)$ ako je $G = \{a, b, c, d\}$, a operacija $*$ je data tablicom

*	a	b	c	d
a	a	d	b	c
b	c	b	d	a
c	d	a	c	b
d	b	c	a	d

- (3) Naći sve podgrupoide grupoida $(G, *)$ ako je $G = \{a, b, c, d\}$, a operacija $*$ je data tablicom

*	a	b	c	d
a	b	a	a	a
b	b	b	d	c
c	c	b	d	d
d	d	b	d	d

- (4) Dat je grupoid $(\{1, 2, 3, 4\}, *)$ gde je operacija $*$ definisana sa

$$x * y = \min \{x, y\}.$$

- (a) Ispitati osobine datog grupoida.
- (b) Naći sve podgrupoide datog grupoida.

(5) Na skupu \mathbb{R} definisana je operacija $*$ sa

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, a * b = a + b + 3,$$

gde je $+$ operacija sabiranja. Ispitati algebarsku sturkturu $(\mathbb{R}, *)$.

(6) Na skupu $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ definisana je operacija $*$ sa

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}, a * b = a \cdot b + 2a + 2b + 2,$$

gde je $+$ operacija sabiranja, a \cdot operacija množenja. Ispitati algebarsku sturkturu $(\mathbb{R} \setminus \{-2\}, *)$.

Neka su $(G, *)$ i (H, \circ) grupoidi kod kojih je $G = \{a, b\}$ i $H = \{A, B\}$, a operacije $*$ i \circ su definisane sledećim Kejljevimi tablicama

$*$	a	b	\circ	A	B
a	a	b	A	A	B
b	b	a	B	B	A

Može se uočiti da se grupoidi $(G, *)$ i (H, \circ) razlikuju samo po simbolu operacije i po “veliĉini slova”, tj. može se reći da je grupoid (H, \circ) dobijen od grupoida $(G, *)$ tako što su u grupoidu $(G, *)$ preoznaĉeni elementi i operacija. Pri tome je struktura preoznaĉenog grupoida (H, \circ) ostala ista kao i struktura polaznog grupoida $(G, *)$. U ovom sluĉaju kaŹe se da su ta dva grupoida ista (jednaka) do na izomorfizam, što se definiše na sledeći naĉin.

Neka su $\mathcal{G} = (G, *)$ i $\mathcal{H} = (H, \circ)$ grupoidi, i neka je $h : G \rightarrow H$. Funkcija h je **homomorfizam** grupoida \mathcal{G} u grupoid \mathcal{H} ako

$$\forall x, y \in G, h(x * y) = h(x) \circ h(y).$$

Ako je homomorfizam h bijektivna funkcija tada se funkcija h naziva **izomorfizam**, i kaŹe se da je grupoid \mathcal{G} izomorfan sa grupoidom \mathcal{H} , što se zapisuje sa $\mathcal{G} \simeq \mathcal{H}$.

Primer: Funkcija $\ln : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ je izomorfizam grupoida (\mathbb{R}^+, \cdot) u $(\mathbb{R}, +)$ jer je funkcija \ln bijekcija i vaŹi

$$\forall x, y \in \mathbb{R}^+, \ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y.$$

Izomorfizam “prenosi” osobine sa jednog grupoida na drugi. Ako je $h : G \rightarrow H$ izomorfizam grupoida $\mathcal{G} = (G, *)$ u grupoid $\mathcal{H} = (H, \circ)$, tada svaka “zakonitost” koja vaŹi u \mathcal{G} vaŹi i u \mathcal{H} , tj.

- ako je grupoid \mathcal{G} asocijativan tada je i grupoid \mathcal{H} asocijativan;
- ako je grupoid \mathcal{G} komutativan tada je i grupoid \mathcal{H} komutativan;
- ako postoji neutralni element $e_1 \in G$ u grupoidu \mathcal{G} tada je $e_2 = h(e_1) \in H$ neutralni elemenat grupoida \mathcal{H} ;
- ako su $x \in G$ i $y \in G$ meĉusobno inverzni elementi u grupoidu \mathcal{G} tada su $h(x) \in H$ i $h(y) \in H$ meĉusobno inverzni elementi u grupoidu \mathcal{H} .

Kako izomorfizam “prenosi” sve osobine iz jednog grupoida u drugi najĉešće se koristi na sledeći naĉin: Ako je potrebno ispitati osobine grupoida (H, \circ) , dovoljno je pronaći izomorfizam izmeĉu njega i nekog grupoida ĉije osobine su veĉ poznate pa će zbog izomorfizma one vaŹiti i u (H, \circ) .

Ako su grupoidi $\mathcal{G} = (G, *)$ i $\mathcal{H} = (H, \circ)$ definisani Kejljevimi tablicama i ako je $h : G \rightarrow H$ izomorfizam grupoida \mathcal{G} u grupoid \mathcal{H} tada, ako se u tablici grupoida \mathcal{G} svaki elemenat $x \in G$ zameni elementom $h(x) \in H$ dobija se tablica grupoida \mathcal{H} , a vaŹi i obrnuto, ako je $h : G \rightarrow H$ bijekcija i ako se tablica grupoida \mathcal{H} može dobiti tako što se u tablici grupoida \mathcal{G} svaki elemenat $x \in G$ zameni elementom $h(x) \in H$ onda je h izomorfizam.

Primer: Neka je $B = \{1, 2, 3, 6\}$ i na skupu B neka je deta operacija “najmanji zajedniĉki sadrŹalac” ($NZS(x, y)$) je najmanji elemenat skupa B koji je deljiv i sa x i sa y).

Na osnovu Kejljeve tablice

NZS	1	2	3	6
1	1	2	3	6
2	2	2	6	6
3	3	6	3	6
6	6	6	6	6

može se zakljuĉiti

- zatvorenost: u tablici se javljaju samo elementi skupa $B \neq \emptyset$, pa (B, NZS) jeste grupoid;

- komutativnost: tablica je simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu pa grupoid (B, NZS) jeste komutativan;
- idempotentnost: na glavnoj dijagonali su poredani elementi skupa A baš onako kako su poredani u graničnoj vrsti i koloni pa grupoid (B, NZS) jeste idempotentan;
- neutralni elemenat: elemenat $1 \in B$ je neutralni elemenat grupoida (B, NZS) jer je njegova vrsta jednaka graničnoj vrsti, a njegova kolona jednaka graničnoj koloni;
- inverzni elemenat: osim elementa 1 koji je sam sebi inverzan ($1 * 1 = 1$) ostali elementi nemaju inverzne;
- nilpotentni elemenat: elemenat $6 \in B$ je nilpotentni elemenat jer se cela njegova vrsta i kolona popunjeni sa njim samim;
- grupoid $(B, *)$ nije kancelativan jer je recimo $NZS(6, 1) = NZS(6, 2)$ a $1 \neq 2$;
- asocijativnost je ovde veoma teško pokazati i zbog toga će biti iskorišćen izomorfizam. Ako se pogleda Primer* može se uočiti da se do sad ispitane osobine grupoida (B, NZS) poklapaju sa osobinama grupoida $(A, *)$ iz Primera*. Funkcija $f : A \rightarrow B$ data sa

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 3 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

je očigledno bijekcija.

Kada se u tablici

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>b</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>d</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>d</i>

zameni svako pojavljivanje slova a brojem 3, slova b brojem 6, slova c brojem 1 i slova d brojem 2 dobija se

*	3	6	1	2
3	3	6	3	6
6	6	6	6	6
1	3	6	1	2
2	6	6	2	2

Kada se zatim preslažu kolone i vrste dobija se baš

<i>NZS</i>	1	2	3	6
1	1	2	3	6
2	2	2	6	6
3	3	6	3	6
6	6	6	6	6

što znači da je funkcija f izomorfizam grupoida $(A, *)$ u grupoid (B, NZS) .

Kako je u Primeru* dokazano da je $(A, *)$ asocijativan grupoid zbog ovog izomorfizma sledi da je i grupoid (B, NZS) asocijativan. Sve ostale osobine grupoida (B, NZS) takođe slede iz izomorfizma i nisu morale biti posebno ispitivane.

ZADACI

- (1) Dokazati da je funkcija $f : \mathbb{Z} \rightarrow \{\top, \perp\}$ definisana se

$$f(x) = \begin{cases} \top, & x \text{ je paran broj,} \\ \perp, & x \text{ je neparan broj,} \end{cases}$$

homomorfizam grupoida (\mathbb{Z}, \cdot) i $(\{\top, \perp\}, \vee)$ ali nije homomorfizam grupoida (\mathbb{Z}, \cdot) i $(\{\top, \perp\}, \wedge)$.

ZA VEŽBU IZ SKRIPTE:

Zadatak 4.1, 4.3, 4.4, 6.1 (bez h), 6.2 (bez f)

Primer 4.1