

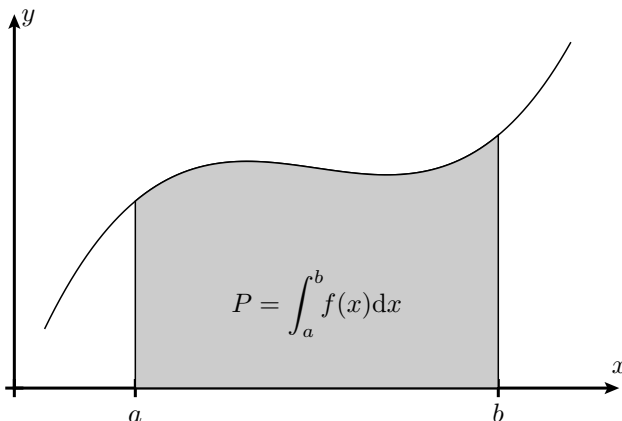
# PRIMENA ODREĐENOG INTEGRALA

## Površina ravnih likova

Neka je funkcija  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  neprekidna funkcija na intervalu  $[a, b]$ . Potrebno je izračunati **površinu krivolinijskog trapeza** ograničenog krivom  $y = f(x)$ , pravama  $x = a$  i  $x = b$  i  $x$ -osom (odnosno pravnom  $y = 0$ ).

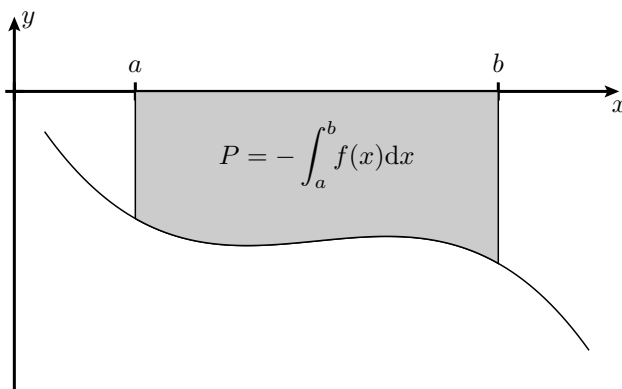
1. Ako je  $f(x) \geq 0$  za svako  $x \in [a, b]$  tada je

$$P = \int_a^b f(x) dx;$$



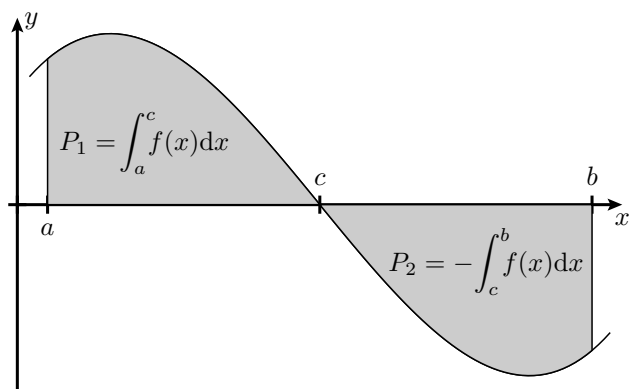
2. Ako je  $f(x) \leq 0$  za svako  $x \in [a, b]$ , tada je

$$P = - \int_a^b f(x) dx;$$



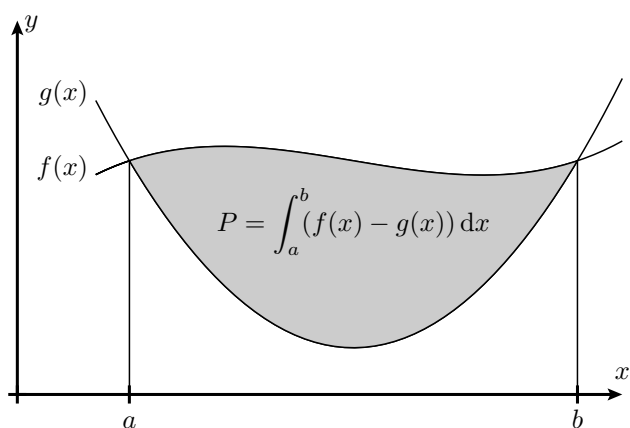
3. Ako funkcija  $f(x)$  menja znak na intervalu  $[a, b]$ , tj. postoji tačka  $c \in [a, b]$  takva da je  $f(c) = 0$  i  $f(x) \geq 0$  za svako  $x \in [a, c]$  i  $f(x) \leq 0$  za svako  $x \in [c, b]$ , tada je

$$P = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx.$$



4. Ako za neprekidne funkcije  $f(x)$  i  $g(x)$  na intervalu  $[a, b]$  važi da je  $f(x) \geq g(x)$  za svako  $x \in [a, b]$ , tada se **površina oblasti** ograničene krivama  $y = f(x)$  i  $y = g(x)$  i pravama  $x = a$  i  $x = b$  može izračunati na sledeć način:

$$P = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$$



### ZADACI

1. Izračunati površinu određenu pravama  $y = x$ ,  $x = 2$  i  $x$ -osom.
2. Izračunati površinu određenu pravama  $y = x$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$  i  $x$ -osom.
3. Izračunati površinu određenu krivom  $y = x^2$  i pravama  $x = -1$ ,  $x = 2$  i  $y = 0$ .
4. Izračunati površinu određenu krivom  $y = x^3$  i pravama  $x = -1$ ,  $x = 2$  i  $y = 0$ .
5. Izračunati površinu ograničenu sinusoidom  $y = \sin x$  i  $x$ -osom za  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
6. Izračunati površinu određenu krivom  $y = x^2 - 4x$  i pravama  $x = 2$ ,  $x = 5$  i  $y = 0$ .
7. Izračunati površinu određenu krivom  $y = x^2 + x + 1$  i pravama  $x = 0$ ,  $x = 1$  i  $y = 0$ .
8. Izračunati površinu određenu krivom  $y = 2x - x^2$  i prave  $y = 0$ .
9. Izračunati površinu određenu krivom  $y = -x^2 + 6x - 5$  i  $x$ -osom.
10. Izračunati površinu ograničenu krivom  $y = e^x$  i pravama  $y = x$ ,  $x = 0$  i  $x = 1$ .
11. Izračunati površinu određenu krivom  $y = -x^2 + 6x - 5$  i pravama  $x = 2$ ,  $x = 4$  i  $y = 0$ .

12. Izračunati površinu određenu krivom  $y = \frac{1}{x}$  i pravama  $x = 1$ ,  $x = 4$  i  $y = 0$ .
13. Izračunati površinu određenu krivama  $y = 2^x$  i  $y = 2x - x^2$  i pravama  $x = 0$  i  $x = 2$ .
14. Izračunati površinu određenu krivama  $y = x^2$  i  $y = \sqrt{x}$ .
15. Izračunati površinu određenu krivom  $y = x^2 - 3x$  i prave  $y = x$ .
16. Izračunati površinu određenu krivom  $y = x^2 + x - 2$  i prave  $y = x + 7$ .
17. Izračunati površinu određenu krivama  $y = -x^2 + 9$  i  $y = x^2 - 10x + 9$ .
18. Izračunati površinu određenu pravama  $y = x + 1$ ,  $y = \frac{x}{2}$  i  $x = 3$ .
19. Izračunati površinu određenu krivom  $y = \sqrt{x}$  i pravama  $y = -x$ ,  $x = 1$  i  $x = 4$ .
20. Izračunati površinu određenu krivama  $y = x^2 - 12x + 36$  i  $y = x^2$  i  $x$ -osom.
21. Izračunati površinu određenu pravama  $y = x$ ,  $y = 2 - x$  i  $y = 0$ .
22. Izračunati površinu određenu krivom  $y = \ln x$  i pravama  $y = x - 1$  i  $y = 1$ .
23. Izračunati površinu određenu krivom  $y = -x^2 + 2x$  i pravama  $y = x - 2$  i  $y = -x$ .
24. Izračunati površinu određenu krivama  $y = x^2$  i  $y = \frac{x^2}{2}$  i pravom  $y = 2x$ .