

Prezime, ime, br. indeksa: _____

PREDISPITNE OBAVEZE

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima na skupu $\{-1, 0, 1\}$ relacija $\alpha = \{(-1, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, -1)\}$: R S A T
- Za skup $A = \{1, 2, 3\}$ i funkcije $f : A \rightarrow A, f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $g : A \rightarrow A, g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, izračunati (precrtati ako ne postoji)

$$f \circ f : A \rightarrow A, f \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad f \circ g : A \rightarrow A, f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$f^{-1} : A \rightarrow A, f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad g^{-1} : A \rightarrow A, g^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$
 Funkcija $f : A \rightarrow A$ je: 1) injektivna 2) surjektivna
 Funkcija $g : A \rightarrow A$ je: 3) injektivna 4) surjektivna
- Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 3$ je: 1) injektivna 2) surjektivna
 Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x + 1$ je: 3) injektivna 4) surjektivna
- Operacija množenja \cdot u skupu realnih brojeva \mathbb{R} je: 1) komutativna 2) asocijativna 3) idempotentna 4) ima neutralni element 5) ima svojstvo da svaki element ima sebi inverzni
- Zaokružiti iskaze koji su tačni u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ za sve $x, y, z \in B$:
 1) $(x')' = x'$ 2) $(x')' = x$ 3) $x + y = y$ 4) $x + 1 = 1$ 5) $x + 0 = 0$ 6) $x + x = x \cdot x$

TEST

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti imaju relacije α, β i γ na skupu \mathbb{R} .

$$\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > x - 1\}: \text{ R S A T}$$

$$\beta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 1 \wedge y \leq 1\}: \text{ R S A T}$$

$$\gamma = \{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}: \text{ R S A T}$$
- Za relaciju ekvivalencije $\rho = \{(x, x) \mid x \in A\} \cup \{(a, b), (b, a), (c, e), (e, c)\}$ na skupu $A = \{a, b, c, d, e\}$, napisati klase ekvivalencije i faktor skup:
 $C_a = \underline{\hspace{2cm}}$ $C_b = \underline{\hspace{2cm}}$ $C_c = \underline{\hspace{2cm}}$ $C_d = \underline{\hspace{2cm}}$ $C_e = \underline{\hspace{2cm}}$
 $A/\rho = \underline{\hspace{2cm}}$
- Ispitati (zaokružiti) osobine injektivnost („1-1”) i surjektivnost („na”) koje imaju sledeće funkcije:
 - 1) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x$: „1-1” „na”
 - 2) $f : (0, \infty) \rightarrow (1, \infty), f(x) = e^x$: „1-1” „na”
 - 3) $f : [-1, 1] \rightarrow [0, 1], f(x) = x^2$: „1-1” „na”
 - 4) $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1], f(x) = x^2$: „1-1” „na”
- Operacija sabiranja $+$ brojeva na skupu \mathbb{R} je:
 - 1) komutativna 2) asocijativna 3) idempotentna 4) ima neutralni element 5) ima inverzne elemente 6) ima nulu
- Operacija množenja \cdot brojeva na intervalu $(0, \infty)$ je:
 - 1) komutativna 2) asocijativna 3) idempotentna 4) ima neutralni element 5) ima inverzne elemente 6) ima nulu

- Zaokružiti grupe sa neutralnim elementom: **1)** $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** (\mathbb{Z}, \cdot) **3)** $(\mathbb{Z}, -)$ **4)** $(\mathbb{Z}, :)$
5) $((0, 1), +)$ **6)** $([0, 1], +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $([0, 1], \cdot)$ **9)** $((0, \infty), \cdot)$

- Popuniti Kejljev tablicu grupoida $(\mathbb{Z}_4, +_4)$:

$+_4$	0	1	2	3
0				
1				
2				
3				

- U prstenu $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ (gde je $+ = +_4$ i $\cdot = \cdot_4$), izračunati: $(2 \cdot 2 - 2) \cdot 3 =$

- Zaokružiti polja:

- 1)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_2, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **6)** $([0, \infty), +, \cdot)$

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b, c \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

- 1)** $(a + b)a = a$ **2)** $(a + b)a = b$ **3)** $aa' = 1$ **4)** $aa' = 0$ **5)** $a \leq 1$
6) $a' \leq 0$ **7)** $(a + b)' = a' + b'$ **8)** $(a + b)' = a'b'$ **9)** $a + 1 = 1$ **10)** $a + 1 = a$

- Napisati *SDNF* sledećih Bulovih izraza:

- 1)** $xy'(x' + z) =$
2) $(xy' + z)'(xy + z) =$

ZADACI

1. Napisati SVE proste implikante i SVE minimalne disjunktivne normalne forme Bulove funkcije

$$f(x, y, z, u) = xyz'u + xyz'u' + xy'zu + xy'zu' + xy'z'u + xy'z'u' + x'y'zu' + x'y'zu'$$

2. Neka je $A = \{1, 2, 3, 4\}$ i
- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| * | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 2 | 1 | 4 | 3 |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 4 | 3 | 1 | 2 |
| 4 | 3 | 4 | 2 | 1 |

Za strukturu $(A, *)$ ispitati (sa obrazloženjem)

- (a) komutativnost operacije $*$,
 - (b) idempotentnost operacije $*$,
 - (b) egzistenciju neutralnog elementa,
 - (b) egzistenciju inverznih elemenata.
3. Za funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2$ i $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
- (a) ispitati injektivnost i surjektivnost funkcije f ,
 - (b) ispitati injektivnost i surjektivnost funkcije g ,
 - (c) izračunati $(f \circ g)(x)$.

REŠENJA:

1. Proste implikante: xy' , xz' , $x'yz$, $y'zu'$, $x'zu'$.

$$\text{MDNF}_1 = xy' + xz' + x'yz + y'zu'$$

$$\text{MDNF}_2 = xy' + xz' + x'yz + x'zu'$$

2. (a) Operacija $*$ je komutativna jer je tablica simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu.
(b) Operacije $*$ nije idempotentna jer je npr. $3 * 3 = 1 \neq 3$.
(b) Neutralnog element postoji i to je 2, jer su vrsta i kolona elementa 2 jednaki graničnoj vrsti i graničnoj koloni.
(b) Neutralni element je 2, te su inverzni elementi $1^{-1} = 1$ (jer je $1 \cdot 1 = 2$), $2^{-1} = 2$ (neutralni element je uvek sam sebi inverzni element), $3^{-1} = 4$ (jer je $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 2$), $4^{-1} = 3$ (jer je $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 2$).

3.