KOLOKVIJUM 1

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ **14.09.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti imaju relacije α i β na skupu $\{1,2,3\}$.

  $\alpha = \{(1,2),(1,3),(2,3)\}$: R S A T $\qquad$ $\beta = \{(1,1),(2,2)\}$: R S A T

- Zaokružiti injektivne („1 − 1”) funkcije skupa $A = \{1,2,3\}$ u skup $B = \{1,2,3,4\}$:

  1) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **2)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **3)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **4)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ **5)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Zaokružiti sirjektivne („na”) funkcije skupa $A = \{1,2,3\}$ u skup $B = \{1,2,3,4\}$:

  1) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **2)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **3)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **4)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ **5)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Koliko ima 3-cifrenih brojeva čije su sve cifre neparni brojevi, i

  1) cifre mogu biti jednake: ______________ **2)** sve cifre su različite: ______________

- Zaokružiti iskaze koji su tačni u svakoj komutativnoj grupi $G, *$: **1)** $x * y = y * x$ **2)** $x * x = x$ **3)** $\exists e \in G, \forall x \in G, x * e = e * x = e$ **4)** $\exists e \in G, \forall x \in G, x * e = e * x = x$

- Zaokružiti polja: **1)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+,\cdot)$

TEST

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti imaju relacije α, β i γ na skupu prirodnih brojeva $\mathbb{N}$.

  $\alpha = \{(x,y) \mid |x-y| \text{ je paran broj}\}$: R S A T

  $\beta = \{(x,y) \mid y = 1\}$: R S A T

  $\gamma = \{(x,y) \mid x + y = y + x\}$: R S A T

- Zaokružiti sirjektivne funkcije:

  1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **2)** $f : [0,\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **3)** $f : \{0\} \to \{0\},\ f(x) = x^3$

  4) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) \equiv 1$ **5)** $f : \{1\} \to \{1\},\ f(x) \equiv 1$ **6)** $f : (0,\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln x$

  7) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = e^x$ **8)** $f : \mathbb{R} \to (0,\infty),\ f(x) = e^x$

- Za funkcije $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ iz skupa $A = \{1,2,3,4\}$ u samog sebe izračunati

  $f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$ $f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$ $g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$ $f \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$

- Za funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -2x + 4$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = x^2$ izračunati (ako postoji - napisati crticu ako ne postoji)

  $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f^{-1}(x) =$ ____________________ $\qquad$ $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g^{-1}(x) =$ ____________________

  $f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (f \circ g)(x) =$ ________________ $\qquad$ $g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (g \circ f)(x) =$ ________________

- Koliko plesnih parova možemo formirati od 8 djevojaka s 8 dečaka?

- **1)** Broj kombinacija bez ponavljanja od 8 elemenata klase 5 je $C_5^8 =$ _______

  2) Broj kombinacija sa ponavljanjem od 8 elemenata klase 5 je $\overline{C}_5^8 =$ _______

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom:

  1) $(\mathbb{Z},+)$ **2)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z},-)$ **4)** $((0,\infty),+)$ **5)** $([0,\infty),+)$ **6)** $((0,\infty),\cdot)$ **7)** $([0,\infty),\cdot)$

- Neka je $(G,\cdot)$ komutativan, asocijativan grupoid sa neutralnim elementom e. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x,y,z\in G$: **1)** $x\cdot x=x$ **2)** $x\cdot y=y\cdot(x\cdot e)$ **3)** $x\cdot(y\cdot x)=(x\cdot x)\cdot y$
  4) $e\cdot(x\cdot e)=e\cdot e$ **5)** $e\cdot e=e$ **6)** $x\cdot(y\cdot z)=(x\cdot z)\cdot y$

- Neka je $(P,+,\cdot)$ prsten sa neutralnim elementom 0 operacije $+$, i neutralnim elementom 1 operacije $\cdot$. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x,y,z\in P$:

  1) $x+x=x$ **2)** $x(y+z)=xy+xz$ **3)** $x+0=x$ **4)** $x+1=x$ **5)** $x+1=1$

  6) $x+(y+z)=z+(y+x)$ **7)** $x\cdot(y\cdot z)=(x\cdot z)\cdot y$ **8)** $1\cdot 1=1$

- Zaokružiti prstenove:

  1) $(\mathbb{N},+,\cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **3)** $(\mathbb{R},+,\cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R},+)$:

  1) $(\mathbb{Z},+)$ **2)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{N},+)$ **4)** $((0,\infty),+)$ **5)** $([0,\infty),+)$ **6)** $(\{0\},+)$ **7)** $(\mathbb{Q},+)$

ZADACI

1. Date su funkcije $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=8x^3$ i $g:\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\operatorname{tg}x$.
   (a) Ispitati injektivnost i sirjektivnost funkcije f.
   (b) Ispitati injektivnost i sirjektivnost funkcije g.
   (c) Izračunati (ako postoji) f^{-1}.

2. U koliko devetocifrenih prirodnih brojeva sa različitim ciframa se izmedu cifara 7 i 8 nalaze tačno 3 druge cifre?

3. Neka je $A=\{1,2,3,4\}$ i

$*$	1	2	3	4
1	2	1	4	3
2	1	2	3	4
3	4	3	1	2
4	3	4	2	1

   Za strukturu $(A,*)$ ispitati (sa obrazloženjem)
   (a) komutativnost operacije $*$,
   (b) idempotentnost operacije $*$,
   (b) egzistenciju neutralnog elementa,
   (b) egzistenciju inverznih elemenata.

$\boxed{\text{KOLOKVIJUM 2}}$

Prezime, ime, br. indeksa: ____ **14.09.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Koji su od navedenih brojeva koreni polinoma $P(x) = x^4 + 3x^3 - 9x^2 + 3x - 10$ (zaokružiti):

  $0 \qquad -1 \qquad 2 \qquad -2 \qquad 4 \qquad 10$

- Pri delenju polinoma $P(x) = x^2 - 4$ polinomom $Q(x) = x + 2$ dobija se

  količnik ____________________ i ostatak ____________________

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

  1) $(a+b)' = a'b'$ **2)** $(ab)' = a' + b'$ **3)** $1 + 1 = 1$ **4)** $a'' = 1$ **5)** $a'' = 0$ **6)** $a'' = a$

- Za kompleksne brojeve $z = 4$ i $w = -1 + i$ je

  $z + w =$ __________, $|z| =$ __________, $\overline{z} =$ __________, $R_e(z) =$ __________.

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ je

  $\det A =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $A + B =$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ 2x & + & 2y & + & 2z & = & 1 \\ 3x & + & 3y & + & 3z & = & 1 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** jednoznačno određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen

- Napisati skup rešenja $\mathcal{R}$ sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcl} x & - & 2y & = & 3 \\ 2x & - & 3y & = & 5 \end{array}$

  $\mathcal{R} =$

TEST

- Napisati u obliku $SDNF$ Bulov izraz

  $(x + y')' + x'(z + yz) =$ ____

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

  1) $(a+b)' = b' + a'$ **2)** $a(bc) = (ab)c$ **3)** $a + (b + c) = (a + b) + c$ **4)** $a(a + b) = 0$ **5)** $a(a + b) = 1$
  6) $ab = ac \Rightarrow b = c$ **7)** $a'' = a'$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je broj -2 koren polinoma $P(x) = x^3 + 3x^2 - ax + 4$?

  $a \in \{$____________________$\}$

- Za kompleksne brojeve $z = -2 - 2i$ i $w = -1 + i$ je

  $z + w =$ __________, $zw =$ __________, $\dfrac{z}{w} =$ __________, $|z| =$ __________,

  $\arg(w) =$ __________, $\overline{z} =$ __________, $R_e(z) =$ __________, $I_m(z) =$ __________.

- Izračunati $\sqrt[4]{-16} = \{$____$\}$

- Izračunati inverznu matricu matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$:

  $A^{-1} =$

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ izračunati

  $\det B =$ $\qquad\qquad$ $AB =$

  $CB =$ $\qquad\qquad$ $-2 \cdot A =$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & 2y & + & 6z & = & 11 \\ x & - & y & + & 3z & = & 5 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen **5)** 3 puta neodređen

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & 2y & + & 6z & = & 2 \\ x & - & y & + & 3z & = & 1 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen **5)** 3 puta neodređen

- Za koju vrednost parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcl} 2x & - & 2ay & = & 2 \\ x & - & ay & = & 1 \end{array}$ 1 puta neodređen:

  $a \in$ ____________________________

ZADACI

1. Naći sve realne i kompleksne korene polinoma $P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$, i faktorisati ga nad poljem realnih i nad poljem kompleksnih brojeva.

2. Rešiti po $z \in \mathbb{C}$ jednačinu: $\mathcal{R}\mathrm{e}\,(z-1) - 2\,\mathcal{I}\mathrm{m}\left(\dfrac{\overline{z}-1}{1+i}\right) = -i.$

3. (a) Izračunati inverznu matricu matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

   (b) Diskutovati po parametru $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ -x & - & 3y & + & 2z & = & -1 \\ 2x & + & 3y & - & az & = & 3 \end{array}$$