$\boxed{\text{KOLOKVIJUM 1}}$

Prezime, ime, br. indeksa: ____ **13.07.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija ekvivalencije α: R S A T

  Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija poretka β: R S A T

- Za funkcije $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ iz skupa $A = \{1,2,3\}$ u samog sebe izračunati

  $f \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$ $f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$

- Zaokružiti injektivne („$1-1$") funkcije skupa $A = \{1,2\}$ u skup $B = \{1,2,3,4\}$:
  1) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **2)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ **3)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ **4)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ **5)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

- Ako je $(A,*)$ grupa, tada važi (zaokružiti):
  1) $\forall x,y \in A,\ x*y = y*x$ **2)** $\forall x \in A,\ x*x = x$ **3)** skup A je konačan **4)** postoji neutralni element e u skupu A $(\forall x \in A,\ x*e = e*x = x)$ **5)** $\forall x,y,z \in A,\ (x*y)*z = x*(y*z)$

- Broj permutacija od 5 elemenata je $P_3 =$ ______________

TEST

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti imaju relacije α, β i γ na skupu $\mathbb{R}$.

  $\alpha = \{(x,y) \mid x+y=0\}$: R S A T

  $\beta = \{(x,y) \mid x-y=1\}$: R S A T

  $\gamma = \{(x,y) \mid x \cdot y \le 0\}$: R S A T

- Za funkcije $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ iz skupa $A = \{1,2,3,4\}$ u samog sebe izračunati

  $f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$ $f \circ g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$ $g \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$ $f \circ f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & & \end{pmatrix}$

- Zaokružiti koje osobine na skupu $\mathcal{F} = \{f \mid f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ (skupu svih funkcija iz $\mathbb{R}$ u $\mathbb{R}$) ima kompozicija funkcija $\circ$. Neka su $f,g,h \in \mathcal{F}$ i neka je $i_{\mathbb{R}} : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ i_{\mathbb{R}}(x) = x$ identička funkcija skupa $\mathbb{R}$.

  1) $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ (asocijativnost) **2)** $f \circ g = g \circ f$ (komutativnost)

  3) $f \circ f = f$ (idempotentnost) **4)** $f \circ f = i_{\mathbb{R}}$ **5)** $i_{\mathbb{R}} \circ i_{\mathbb{R}} = i_{\mathbb{R}}$

  6) $i_{\mathbb{R}} \circ f = f \circ i_{\mathbb{R}} = f$ ($i_{\mathbb{R}}$ je neutralni element) **7)** $i_{\mathbb{R}} \circ f = f \circ i_{\mathbb{R}} = i_{\mathbb{R}}$

- Koliko ima petocifrenih prirodnih brojeva koji se čitaju s leva u desno jednako kao i s desna u levo?

- **1)** Broj kombinacija bez ponavljanja od 8 elemenata klase 5 je $C_5^8 =$ ________

  2) Broj kombinacija sa ponavljanjem od 8 elemenata klase 5 je $\overline{C}_5^8 =$ ________

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom:

  1) $(\mathbb{Z},+)$ **2)** $(\mathbb{Z},-)$ **3)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},+)$ **5)** $(\mathbb{N} \cup \{0\},+)$

  6) $(\mathbb{N},\cdot)$ **7)** $(\{0\},+)$ **8)** $(\{0,1\},+)$ **9)** $(\{0,1\},\cdot)$

- Neka je $(G,\cdot)$ komutativan, asocijativan grupoid sa neutralnim elementom e. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x,y,z \in G$: **1)** $x \cdot x = x$ **2)** $x \cdot y = y \cdot (x \cdot e)$ **3)** $x \cdot (y \cdot x) = (x \cdot x) \cdot y$
  4) $e \cdot (x \cdot e) = e \cdot e$ **5)** $e \cdot e = e$ **6)** $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot z) \cdot y$

- Neka je $(P,+,\cdot)$ prsten sa neutralnim elementom 0 operacije $+$, i neutralnim elementom 1 operacije $\cdot$. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x,y,z\in P$:

  1) $x+x=x$ **2)** $x(y+z)=xy+xz$ **3)** $x+0=x$ **4)** $x+1=x$ **5)** $x+1=1$

  6) $x+(y+z)=z+(y+x)$ **7)** $x\cdot(y\cdot z)=(x\cdot z)\cdot y$ **8)** $1\cdot 1=1$

- U polju $(\mathbb{Z}_5,+_5)$ izračunati: $(3^{-1}+2)^{-1}-4\cdot 2=$ __________ $-(2+2)\cdot 4^{-1}+2\cdot 1^{-1}=$ __________

ZADACI

1. Date su funkcije $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{e^x}$ i $g:D\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{x+2}$.
   (a) Odrediti domene funkcija f i g.
   (b) Ispitati injektivnost i sirjektivnost funkcija f i g.
   (c) Izračunati (ako postoji) $(f\circ g)(x)$.

2. (a) Koliko ima sedmocifrenih prirodnih brojeva sa različitim ciframa u kojima su cifre 5 i 6 susedne?

   (b) Na fudbalskom turniru učestvuje 20 ekipa, i svaka ekipa treba da odigra po jednu utakmicu sa svakom od preostalih ekipa. Koliko će utakmica ukupno biti odigrano na turniru?

3. Ispitati SVE aksiome polja za strukturu $(A,\oplus,\odot)$, gde je $A=\mathbb{R}^2$, i za sve $(a,b),(c,d)\in A$ je

$$(a,b)\oplus(c,d)=(a+c,b+d),\qquad (a,b)\odot(c,d)=(a\cdot c,b\cdot d).$$

$\boxed{\text{KOLOKVIJUM 2}}$

Prezime, ime, br. indeksa: ____ **13.07.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Koji su od navedenih brojeva koreni polinoma $P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ (zaokružiti):

  $0 \quad -1 \quad 1 \quad -3 \quad 3 \quad -4$

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

  1) $(a+b)' = a'b'$ **2)** $a + b = b + a$ **3)** $a + a' = 0$ **4)** $a + a' = 1$ **5)** $a + a = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- Za kompleksne brojeve $z = 4 - 5i$ i $w = -2 + i$ je

  $z + w =$ __________, $|z| =$ __________, $\overline{z} =$ __________, $R_e(z) =$ __________.

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ je

  $\det A =$ $\qquad\qquad\qquad$ $A + B =$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{matrix} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & y & + & z & = & 2 \end{matrix}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** jednoznačno određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen

- Sistem linearnih jednačina $\begin{matrix} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \end{matrix}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** jednoznačno određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen

- Napisati skup rešenja $\mathcal{R}$ sistema linearnih jednačina $\begin{matrix} 2x & - & 2y & = & 0 \\ 2x & - & 3y & = & 1 \end{matrix}$

  $\mathcal{R} =$

TEST

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b, c \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

  1) $a + ab = b$ **2)** $a + ab = a$ **3)** $a + bc = (a+b)(a+c)$ **4)** $a + b' = a'b$ **5)** $(ab)' = a'b'$

- Za $A = \{a, b\}$ i Bulovu algebru $(\mathcal{P}(A), \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, A)$, zaokružiti njene podalgebre:

  1) $(\{\{a\}\}, \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, \{a\})$ **2)** $(\{\{\emptyset, a\}\}, \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, \{a\})$ **3)** $(A, \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, \{a\})$

  4) $(A, \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, A)$ **5)** $(\{\emptyset\}, \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, A)$ **6)** $(\{\emptyset, A\}, \cup, \cap, \overline{}, \emptyset, A)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je broj -2 koren polinoma $P(x) = x^3 + 3x^2 - ax + 4$?

  $a \in \{$____________________$\}$

- Deljenjem polinoma $P(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^2 - 1$ polinomom $Q(x) = x^2 + 1$ se dobija

  količnik ____________________ i ostatak ____________________

- Za kompleksne brojeve $z = 4 + 5i$ i $w = -1 + i$ je

  $z + w =$ __________, $zw =$ __________, $\frac{z}{w} =$ __________, $|z| =$ __________,

  $\arg(w) =$ __________, $\overline{z} =$ __________, $R_e(z) =$ __________, $I_m(z) =$ __________.

- Izračunati $\sqrt[3]{-i} = \{$____$\}$

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix}$ izračunati

  $\det B =$ $\qquad\qquad$ $AB =$

  $CB =$ $\qquad\qquad$ $-3 \cdot A =$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & 3z & = & 5 \\ x & - & y & + & 3z & = & 5 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen **5)** 3 puta neodređen

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & z & = & 10 \\ x & - & y & + & 3z & = & 5 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen **5)** 3 puta neodređen

- Za koju vrednost parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcr} 2x & - & 4y & = & 1 \\ x & - & ay & = & 1 \end{array}$ određen:

  $a \in$ ______________________________

ZADACI

1. Naći sve proste implikante i sve minimalne disjunktivne normalne forme Bulove funkcije date tablicom:

x	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
z	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
u	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
f	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1

2. Rešiti po $z \in \mathbb{C}$ jednačinu: $\quad (2+i)^3 + 2R_e\left(\dfrac{\bar{z}+1}{2}\right) - iI_m\left(\dfrac{2+z}{1-i}\right) + \bar{z} = 5 + 5i.$

3. (a) Rešiti po $x, y, z \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ -x & - & 3y & + & 2z & = & -1 \\ 2x & + & 3y & - & 7z & = & 3 \end{array}$$

   (b) Diskutovati po parametru $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ -x & - & 3y & + & (a-5)z & = & -1 \\ 2x & + & 3y & - & az & = & 3 \end{array}$$