KOLOKVIJUM 1

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ **28.04.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti imaju relacije α i β na skupu $\{1,2,3\}$.
  $\alpha = \{(1,2),(1,3),(2,3)\}$: R S A T $\qquad$ $\beta = \{(1,1),(2,2)\}$: R S A T
- Zaokružiti injektivne („1 − 1”) funkcije skupa $A = \{1,2,3\}$ u skup $B = \{1,2,3\}$:
  1) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **2)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **3)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ **4)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **5)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
- Zaokružiti sirjektivne („na”) funkcije skupa $A = \{1,2,3\}$ u skup $B = \{1,2,3\}$:
  1) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **2)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **3)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ **4)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **5)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
- Broj permutacija od 5 elemenata je $P_5 =$ ______________
- Ako je $(A, *)$ grupa, tada važi (zaokružiti):
  1) $\forall x,y \in A,\ x*y = y*x$ **2)** $\forall x \in A,\ x*x = x$ **3)** skup A je konačan **4)** postoji neutralni element e u skupu A $(\forall x \in A,\ x*e = e*x = x)$ **5)** $\forall x,y,z \in A,\ (x*y)*z = x*(y*z)$

TEST

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti imaju relacije α, β i γ na skupu realnih brojeva $\mathbb{R}$.
  $\alpha = \{(x,x) \mid x \in \mathbb{R}\}$: R S A T
  $\beta = \{(x,y) \mid x^2 = y^2\}$: R S A T
- Zaokružiti koje osobine na skupu $\mathcal{F} = \{f \mid f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ (skupu svih funkcija iz $\mathbb{R}$ u $\mathbb{R}$) ima kompozicija funkcija $\circ$. Neka su $f,g,h \in \mathcal{F}$ i neka je $i_{\mathbb{R}} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $i_{\mathbb{R}}(x) = x$ identička funkcija skupa $\mathbb{R}$.
  1) $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ (asocijativnost) **2)** $f \circ g = g \circ f$ (komutativnost)
  3) $f \circ f = f$ (idempotentnost) **4)** $i_{\mathbb{R}} \circ i_{\mathbb{R}} = i_{\mathbb{R}}$ **5)** $f \circ f = i_{\mathbb{R}}$
  6) $i_{\mathbb{R}} \circ f = f \circ i_{\mathbb{R}} = f$ ($i_{\mathbb{R}}$ je neutralni element) **7)** $i_{\mathbb{R}} \circ f = f \circ i_{\mathbb{R}} = i_{\mathbb{R}}$
- Zaokružiti injektivne funkcije:
  1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **2)** $f : [0,\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **3)** $f : \{0\} \to \{0\},\ f(x) = x^3$
  4) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) \equiv 1$ **5)** $f : \{1\} \to \{1\},\ f(x) \equiv 1$ **6)** $f : (0,\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln x$
  7) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = e^x$ **8)** $f : \mathbb{R} \to (0,\infty),\ f(x) = e^x$
- **1)** Broj kombinacija bez ponavljanja od 7 elemenata klase 5 je $C_5^7 =$ ________

  2) Broj kombinacija sa ponavljanjem od 7 elemenata klase 5 je $\overline{C}_5^7 =$ ________

  3) Broj varijacija bez ponavljanja od 7 elemenata klase 5 je $V_5^7 =$ ________

  4) Broj varijacija sa ponavljanjem od 7 elemenata klase 5 je $\overline{V}_5^7 =$ ________
- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom:
  1) $(\mathbb{Z},+)$ **2)** $(\mathbb{Z},-)$ **3)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N},+)$ **5)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$
  6) $(\mathbb{N},\cdot)$ **7)** $(\{0\},+)$ **8)** $(\{0,1\},+)$ **9)** $(\{0,1\},\cdot)$
- Zaokružiti podgrupe grupe $((0,\infty),\cdot)$:
  1) $(\mathbb{N},+)$ **2)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **3)** $((0,\infty),\cdot)$ **4)** $(\{1\},\cdot)$ **5)** $((0,1),+)$ **6)** $((0,1],+)$

- Neka je $(G, \cdot)$ grupoid sa neutralnim elementom e. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x, y, z \in G$:

  1) $x \cdot x = x$ **2)** $x \cdot y = y \cdot (x \cdot e)$ **3)** $x \cdot (y \cdot x) = (x \cdot x) \cdot y$

  4) $e \cdot (x \cdot e) = e \cdot e$ **5)** $e \cdot e = e$ **6)** $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot z) \cdot y$

- Neka je $(P, +, \cdot)$ prsten sa neutralnim elementom 0 operacije $+$, i neutralnim elementom 1 operacije $\cdot$. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x, y, z \in P$:

  1) $x \cdot x = x$ **2)** $1 + 0 = 1$ **3)** $x \cdot 1 = x$ **4)** $x \cdot 1 = 1$ **5)** $(y + z)x = yx + zx$

  6) $x + (y + z) = z + (y + x)$ **7)** $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot z) \cdot y$ **8)** $1 \cdot 1 = 1$

- Zaokružiti polja:

  1) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$

- U polju $(\mathbb{Z}_7, +_3)$ izračunati: $(4^{-1} + 2)^{-1} - 4 \cdot 2 =$ __________ $(4 + 6) \cdot 2 + 4 \cdot 1^{-1} =$ __________

ZADACI

1. Date su funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 4x^2$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$.
   (a) Ispitati injektivnost funkcije f.
   (b) Ispitati injektivnost i sirjektivnost funkcije g.
   (c) Izračunati (ako postoji) g^{-1}.

2. Na koliko načina se mogu staviti tri novčanice od 10 dinara, dve od 20 dinara i jedna od 50 dinara u automat za kafu da bi se platile tri kafe od po 40 dinara?

3. U skupu $\mathbb{Z}_3 = \{0, 1, 2\}$ je operacija $*$ definisana sa
   $$\forall x, y \in \mathbb{Z}_3, \quad x * y = x + y + x \cdot y,$$
   gde su $+$ i $\cdot$ redom skraćene oznake za $+_3$ i $\cdot_3$ (sabiranje i množenje po modulu 3).
   (a) Popuniti Kejlijeve tablice operacije $*$ na skupu $\mathbb{Z}_3$.
   (b) Ispitati komutativnost operacije $*$, kao i egzistenciju neutralnog i inverznih elemenata u grupoidu $(\mathbb{Z}_3, *)$.

$\boxed{\text{KOLOKVIJUM 2}}$

Prezime, ime, br. indeksa: ____ **28.04.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  1) $(ab)' = a + b$ **2)** $a + a = 1$ **3)** $a + a = a$ **4)** $aa' = a'a$ **5)** $aa' = 0$
- Koliko najmanje elemenata ima svaka Bulova algebra: __________
- Za polinome $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ i $Q(x) = (x+1)^2(x-2) = x^2 - 3x + 2$ je

  $P(x) + Q(x) =$ ____________________, $P(x) \cdot Q(x) =$ ____________________,

  a skup svih realnih korena polinoma $Q(x)$ je {____________________}
- Za kompleksne brojeve $z = -1 - i$ i $w = 2 + 2i$ je

  $z + w =$ __________, $z - w =$ __________, $|z| =$ __________,

  $\overline{z} =$ __________, $R_e(z) =$ __________, $I_m(z) =$ __________.
- Za matrice $A = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ je

  $2 \cdot A =$ $\quad\quad\quad$ $\det A =$ $\quad\quad\quad$ $A + B =$
- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcr} x & - & 2y & = & 3 \\ 2x & - & 5y & = & 5 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** jednoznačno određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen
- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & - & 4y & + & 2z & = & 7 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** jednoznačno određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen

TEST

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b, c \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  1) $a + a'' = 1$ **2)** $a + a'' = a$ **3)** $a + a'' = 0$ **4)** $a(b + c) = ba + ca$ **5)** $(ab)' = a' + b'$
- Napisati u obliku $SDNF$ Bulov izraz

  $(xy')' + x'(z + yz) =$ ____
- Deljenjem polinoma $P(x) = -2x^4 - x^3 + 4x^2 + x - 1$ polinomom $Q(x) = x^3 - x + 1$ se dobija

  količnik ____________________ i ostatak ____________________
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je broj -1 koren polinoma $P(x) = x^3 + ax^2 + x + 6a$?

  $a \in$ {____________________}
- Za kompleksne brojeve $z = 2 - 3i$ i $w = -2$ je

  $z + w =$ __________, $zw =$ __________, $\dfrac{z}{w} =$ __________, $|z| =$ __________,

  $\arg(w) =$ __________, $\overline{z} =$ __________, $R_e(z) =$ __________, $I_m(z) =$ __________.

- Izračunati, u skupu kompleksnih brojeva, $\sqrt[3]{i} = \{$ _______________________________________ $\}$

- Za matricu $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ izračunati:

  $\det A =$ $\qquad\qquad$ $A^{-1} =$

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ izračunati

  $\det B =$ $\qquad\qquad$ $AB =$

  $CB =$ $\qquad\qquad$ $-2 \cdot A =$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & 2y & + & 5z & = & 10 \\ x & - & y & + & 3z & = & 6 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen **5)** 3 puta neodređen

- Skup rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcr} x & - & y & = & 2 \\ 3x & - & 3y & = & 6 \end{array}$ je: ___________________________

- Za koju vrednost parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 4y & + & z & = & 1 \\ x & - & a^2y & - & 2z & = & 3 \end{array}$ određen:

  $a \in$ ___________________________

ZADACI

1. Naći sve proste implikante i sve minimalne disjunktivne normalne forme Bulove funkcije date tablicom:

x	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
z	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
u	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
f	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1

2. Rešiti po $z \in \mathbb{C}$ jednačinu: $\quad \mathcal{R}\mathrm{e}\,(z-1) - 2\,\mathcal{I}\mathrm{m}\left(\dfrac{\overline{z}-1}{1+i}\right) = -i.$

3. (a) Rešiti po $x, y, z \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & 2z & = & 2 \\ 2x & - & y & + & z & = & -3 \\ 5x & - & 3y & - & 5z & = & 1 \end{array}$$

   (b) Diskutovati po parametru $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & 2z & = & 2 \\ 2x & - & y & + & z & = & -3 \\ (a+1)x & - & 3y & + & az & = & -4 \end{array}$$