KOLOKVIJUM 1

Prezime, ime, br. indeksa: RESENJA **18.03.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija ekvivalencije α: $\boxed{\text{R}}$ $\boxed{\text{S}}$ A $\boxed{\text{T}}$

  Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti ima relacija poretka β: $\boxed{\text{R}}$ S $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{\text{T}}$

- Zaokružiti injektivne („1 – 1”) funkcije skupa $A = \{1, 2, 3\}$ u skup $B = \{1, 2, 3, 4\}$:

  $\boxed{\textbf{1)}}$ $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\boxed{\textbf{2)}}$ $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **3)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **4)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ **5)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Zaokružiti sirjektivne („na”) funkcije skupa $A = \{1, 2, 3\}$ u skup $B = \{1, 2, 3, 4\}$:

  1) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **2)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **3)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **4)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ **5)** $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Broj kombinacija bez ponavljanja od 5 elemenata klase 3 je $C_3^5 =$ $\binom{5}{3} = 10$

- Ako je $(A, *)$ grupa, tada važi (zaokružiti):

  1) $\forall x, y \in A,\ x * y = y * x$ **2)** $\forall x \in A,\ x * x = x$ **3)** skup A je konačan $\boxed{\textbf{4)}}$ postoji neutralni element e u skupu A $(\forall x \in A,\ x * e = e * x = x)$ $\boxed{\textbf{5)}}$ $\forall x, y, z \in A,\ (x * y) * z = x * (y * z)$

TEST

- Zaokružiti koje od osobina Refleksivnosti, Simetričnosti, Antisimetričnosti i Tranzitivnosti imaju relacije α, β i γ na skupu prirodnih brojeva $\mathbb{N}$.

  $\alpha = \{(x, y) \mid |x - y| \text{ je paran broj}\}$: $\boxed{\text{R}}$ $\boxed{\text{S}}$ A $\boxed{\text{T}}$

  $\beta = \{(x, y) \mid y = 1\}$: R S $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{\text{T}}$

  $\gamma = \{(x, y) \mid x + y = y + x\}$: $\boxed{\text{R}}$ $\boxed{\text{S}}$ A $\boxed{\text{T}}$

- Zaokružiti koje osobine na skupu $\mathcal{F} = \{f \mid f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ (skupu svih funkcija iz $\mathbb{R}$ u $\mathbb{R}$) ima kompozicija funkcija $\circ$. Neka su $f, g, h \in \mathcal{F}$ i neka je $i_\mathbb{R} : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ i_\mathbb{R}(x) = x$ identička funkcija skupa $\mathbb{R}$.

  $\boxed{\textbf{1)}}$ $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ (asocijativnost) **2)** $f \circ g = g \circ f$ (komutativnost)

  3) $f \circ f = f$ (idempotentnost) **4)** $f \circ f = i_\mathbb{R}$ $\boxed{\textbf{5)}}$ $i_\mathbb{R} \circ i_\mathbb{R} = i_\mathbb{R}$

  $\boxed{\textbf{6)}}$ $i_\mathbb{R} \circ f = f \circ i_\mathbb{R} = f$ ($i_\mathbb{R}$ je neutralni element) **7)** $i_\mathbb{R} \circ f = f \circ i_\mathbb{R} = i_\mathbb{R}$

- Zaokružiti sirjektivne funkcije:

  $\boxed{\textbf{1)}}$ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **2)** $f : [0, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ $\boxed{\textbf{3)}}$ $f : \{0\} \to \{0\},\ f(x) = x^3$

  4) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) \equiv 1$ $\boxed{\textbf{5)}}$ $f : \{1\} \to \{1\},\ f(x) \equiv 1$ $\boxed{\textbf{6)}}$ $f : (0, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln x$

  7) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = e^x$ $\boxed{\textbf{8)}}$ $f : \mathbb{R} \to (0, \infty),\ f(x) = e^x$

- Za funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -2x + 4$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = x^2$ izračunati (ako postoji - napisati crticu ako ne postoji)

  $f^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f^{-1}(x) = 2 - \frac{1}{2}x$ $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g^{-1}(x) =$ ne postoji

  $f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (f \circ g)(x) = -2x^2 + 4$ $g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ (g \circ f)(x) = (-2x + 4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$

- **1)** Koliko ima 6-ocifrenih brojeva čije su sve cifre neparni brojevi? $\underline{\quad 5^6 = 15625 \quad}$

  2) Koliko ima 6-ocifrenih brojeva čije su prve dve cifre neparni brojevi? $\underline{\quad 5^2 \cdot 10^4 = 250000 \quad}$

- Zaokružiti grupoide sa neutralnim elementom:

  $\boxed{\textbf{1)}}$ $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\mathbb{Z}, -)$ $\boxed{\textbf{3)}}$ $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, +)$ $\boxed{\textbf{5)}}$ $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$

  $\boxed{\textbf{6)}}$ $(\mathbb{N}, \cdot)$ $\boxed{\textbf{7)}}$ $(\{0\}, +)$ **8)** $(\{0,1\}, +)$ $\boxed{\textbf{9)}}$ $(\{0,1\}, \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R}, +)$:

  $\boxed{\textbf{1)}}$ $(\mathbb{Z}, +)$ **2)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{N}, +)$ **4)** $((0, \infty), +)$ **5)** $([0, \infty), +)$ $\boxed{\textbf{6)}}$ $(\{0\}, +)$ $\boxed{\textbf{7)}}$ $(\mathbb{Q}, +)$

- Neka je $(G, \cdot)$ grupoid sa neutralnim elementom e. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x, y, z \in G$:

  1) $x \cdot x = x$ **2)** $x \cdot y = y \cdot (x \cdot e)$ **3)** $x \cdot (y \cdot x) = (x \cdot x) \cdot y$

  4) $e \cdot (x \cdot e) = e \cdot e$ $\boxed{\textbf{5)}}$ $e \cdot e = e$ **6)** $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot z) \cdot y$

- Neka je $(P, +, \cdot)$ prsten sa neutralnim elementom 0 operacije $+$, i neutralnim elementom 1 operacije $\cdot$. Zaokružiti iskaze koji su tačni za sve $x, y, z \in P$:

  1) $x + x = x$ $\boxed{\textbf{2)}}$ $x(y+z) = xy + xz$ $\boxed{\textbf{3)}}$ $x + 0 = x$ **4)** $x + 1 = x$ **5)** $x + 1 = 1$

  $\boxed{\textbf{6)}}$ $x + (y + z) = z + (y + x)$ **7)** $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot z) \cdot y$ $\boxed{\textbf{8)}}$ $1 \cdot 1 = 1$

- Zaokružiti polja:

  1) $(\{0,1\}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ $\boxed{\textbf{3)}}$ $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ $\boxed{\textbf{6)}}$ $(\mathbb{R}, +, \cdot)$

- U polju $(\mathbb{Z}_7, +_3)$ izračunati: $(5^{-1} + 2)^{-1} - 4 \cdot 2 = \underline{\quad 2 \quad}$ $(2+6) \cdot 2 + 4 \cdot 1^{-1} = \underline{\quad 6 \quad}$

ZADACI

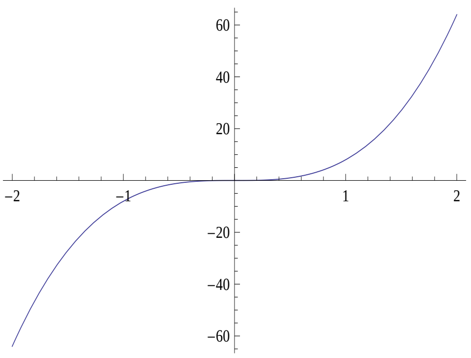
1. Date su funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 8x^3$ i $g : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $g(x) = \operatorname{tg} x$.

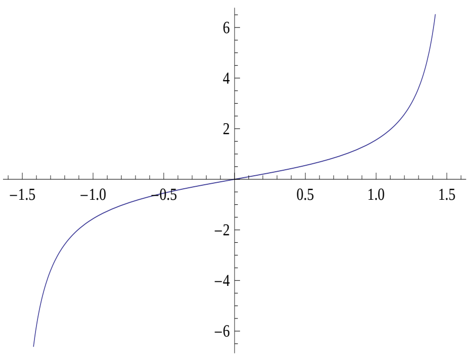
   (a) Ispitati injektivnost i sirjektivnost funkcije f.

   (b) Ispitati injektivnost i sirjektivnost funkcije g.

   (c) Izračunati (ako postoji) f^{-1}.

   Rešenje:





   (a) Sa grafika funkcije f vidimo da je ona i injektivna (jer je rastuća te za $x_1 < x_2$ važi $f(x_1) < f(x_2)$ a ne $f(x_1) = f(x_2)$), i sirjektivna jer svako $y \in \mathbb{R}$ ima svoj original $x \in \mathbb{R}$.

   (b) Sa grafika funkcije g vidimo da je ona i injektivna (jer je rastuća te za $x_1 < x_2$ važi $g(x_1) < g(x_2)$ a ne $g(x_1) = g(x_2)$), i sirjektivna jer svako $y \in \mathbb{R}$ ima svoj original $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

   (c) $y = f(x) = 8x^3 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{8x^3} = 2x \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{2}\sqrt[3]{y}$,

   odnosno $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\sqrt[3]{x}$.

2. (a) Fabrika proizvodi kapute, od koji svaki može biti od vunenog ili pamučnog štofa, svaki može biti u crnoj, sivoj, plavoj i braon boji, i svaki može biti u veličinama S, M, L, XL, XXL i XXXL. Koliko različitih kaputa proizvodi fabrika?

   (b) Na šahovskom turniru učestvuje 12 šahista. Ako svaki šahista treba da odigra po jednu partiju sa svim ostalim šahistima, koliko će ukupno partija biti odigrano na turniru?

Rešenje:

(a) Kaputi se prave od 2 moguća materijala, u 4 moguće boje, i 6 mogućih veličina, te postoji ukupno $2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$ različitih kaputa koje fabrika pravi.

(b) Biće odigrano onoliko partija koliko ima parova šahista, tj. koliko ima dvočlanih podskupova skupa od 12 šahista, a taj broj je $C_2^{12} = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$.

3. U skupu $\mathbb{Z}_3 = \{0, 1, 2\}$ je operacija $*$ definisana sa

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}_3, \quad x * y = x + y + x \cdot y,$$

gde su $+$ i $\cdot$ redom skraćene oznake za $+_3$ i $\cdot_3$ (sabiranje i množenje po modulu 3).

   (a) Popuniti Kejlijeve tablice operacije $*$ na skupu $\mathbb{Z}_3$.

   (b) Ispitati komutativnost operacije $*$, kao i egzistenciju neutralnog i inverznih elemenata u grupoidu $(\mathbb{Z}_3, *)$.

Rešenje:

(a) Operacija $*$ je zatvorena na skupu $\mathbb{Z}_3$ jer je definisana pomoću zatvorenih operacija $+_3$ i $\cdot_3$. Računajući redom $x * y$ za sve $x, y \in \mathbb{Z}_3$, na primer $0 * 1 = 0 +_3 1 +_3 0 \cdot_3 1 = 1 +_3 0 = 1$, $2 * 2 = 2 +_3 2 +_3 2 \cdot_3 2 = 1 +_3 1 = 2$, itd. popunjavamo Kejlijevu tablicu operacije $*$ na skupu $\mathbb{Z}_3$, i dobijamo

$*$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	0	2
2	2	2	2

(b)(b.1) Operacija $*$ je komutativna jer je njena tablica simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu.

(b.2) Element 0 je neutralni element u $(\mathbb{Z}_3, *)$ jer je njegova vrsta jednaka graničnoj vrsti, i kolona jednaka graničnoj koloni.

(b.3) Neutralni element 0 je sam sebi inverzni element, a iz tablice vidimo da je element 1 takođe sam sebi inverzni element, kao i da element 2 nema inverzni element (ne postoji element a takav da je $2 * a = a * 2 = 0$ jer je $2 * a = a * 2 = 2$ za sve $a \in \mathbb{Z}_3$).

$\boxed{\text{KOLOKVIJUM 2}}$

Prezime, ime, br. indeksa: ______________________________ **18.03.2012**

PREDISPITNE OBAVEZE

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

  $\boxed{\textbf{1)}}$ $(ab)' = a' + b'$ **2)** $a + a = a'$ $\boxed{\textbf{3)}}$ $a + a = a$ **4)** $aa' = 1$ $\boxed{\textbf{5)}}$ $aa' = 0$

- Koliko najmanje elemenata ima svaka Bulova algebra: $\underline{\quad 2 \quad}$

- Za polinome $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ i $Q(x) = (x+1)^2(x-2) = x^3 - 3x - 2$ je

  $P(x) + Q(x) = \underline{\quad 3x^3 - x^2 - 3x - 1 \quad}$, $P(x) \cdot Q(x) = \underline{\quad 2x^6 - x^5 - 6x^4 + 2x^2 - 3x - 2 \quad}$,

  a skup svih realnih korena polinoma $Q(x)$ je $\underline{\quad \{-1, 2\} \quad}$

- Za kompleksne brojeve $z = -3 - 4i$ i $w = 2 - 4i$ je

  $z + w = \underline{\quad -1 - 8i \quad}$, $z - w = \underline{\quad -5 \quad}$, $|z| = \underline{\quad 5 \quad}$,

  $\overline{z} = \underline{\quad -3 + 4i \quad}$, $R_e(z) = \underline{\quad -3 \quad}$, $I_m(z) = \underline{\quad -4 \quad}$.

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ je

  $2 \cdot A = \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ $\det A = 1$ $A + B = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcr} x & - & 2y & = & 3 \\ 2x & - & 4y & = & 5 \end{array}$ je:

  $\boxed{\textbf{1)}}$ kontradiktoran **2)** jednoznačno određen **3)** 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & z & = & 3 \\ 2x & - & 4y & + & 2z & = & 6 \end{array}$ je:

  1) kontradiktoran **2)** jednoznačno određen **3)** 1 puta neodređen $\boxed{\textbf{4)}}$ 2 puta neodređen

TEST

- Koji od navedenih iskaza su tačni (zaokružiti) za sve $a, b, c \in B$ u Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:

  1) $a + a'' = 1$ $\boxed{\textbf{2)}}$ $a + a'' = a$ **3)** $a + a'' = 0$ $\boxed{\textbf{4)}}$ $a(b + c) = ba + ca$ $\boxed{\textbf{5)}}$ $(ab)' = a' + b'$

- Napisati u obliku $SDNF$ Bulov izraz

  $(xy')' + x'(z + yz) = \underline{\quad x'yz + x'yz' + x'y'z + x'y'z' + xyz + xyz' \quad}$

- Deljenjem polinoma $P(x) = -2x^4 - x^3 + 4x^2 - 1$ polinomom $Q(x) = x^3 - x + 1$ se dobija

  količnik $\underline{\quad -2x - 1 \quad}$ i ostatak $\underline{\quad 2x^2 + x \quad}$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je broj -3 koren polinoma $P(x) = x^3 + ax^2 + x + 6a$?

  $a \in \{\underline{\quad 2 \quad}\}$

- Za kompleksne brojeve $z = 4 - 3i$ i $w = -2i$ je

  $z + w = \underline{\quad 4 - 5i \quad}$, $zw = \underline{\quad -6 - 8i \quad}$, $\frac{z}{w} = \underline{\quad \frac{3}{2} + 2i \quad}$, $|z| = \underline{\quad 5 \quad}$,

$\arg(w) = \underline{\ -\frac{\pi}{2}\ }$, $\quad \overline{z} = \underline{\ 4+3i\ }$, $\quad R_e(z) = \underline{\ 4\ }$, $\quad I_m(z) = \underline{\ -3\ }$.

- Izračunati, u skupu kompleksnih brojeva, $\sqrt[2]{i} = \{\underline{\ e^{i\frac{\pi}{4}},\quad e^{-i\frac{3\pi}{4}}\ }\}$

- Za matricu $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ izračunati:

$\det A = \quad 1 \qquad\qquad\qquad A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

- Za matrice $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ izračunati

$\det B = \quad 46 \qquad\qquad\qquad AB = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -10 \\ 0 & 9 & 10 \end{bmatrix}$

$CB = \begin{bmatrix} 20 & 14 & -6 \end{bmatrix} \qquad\qquad\qquad -2 \cdot A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -4 \\ -2 & -8 & 2 \end{bmatrix}$

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & 2y & + & 5z & = & 10 \\ x & - & y & + & 3z & = & 5 \end{array}$ je:

1) kontradiktoran **2)** određen $\boxed{\textbf{3)}}$ 1 puta neodređen **4)** 2 puta neodređen **5)** 3 puta neodređen

- Skup rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcl} x & - & y & = & 2 \\ 2x & - & 3y & = & 5 \end{array}$ je: $\{(1,-1)\}$

- Za koju vrednost parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & - & 4y & + & z & = & 1 \\ x & - & a^2y & - & 2z & = & 3 \end{array}$ određen:

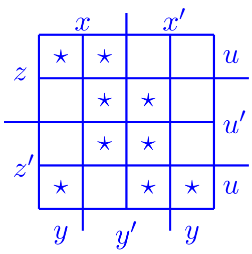
$a \in \underline{\ \emptyset\ }$

ZADACI

1. Naći sve proste implikante i sve minimalne disjunktivne normalne forme Bulove funkcije date tablicom:

x	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
z	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
u	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
f	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1

Rešenje:



Proste implikante su: $y'u'$, xyu, xzu, $xy'z$, $x'z'u$, $x'y'z'$, $yz'u$.
Minimalne disjunktivne normalne forme su:
$MDNF_1 = y'u' + xzu + xyu + x'z'u$,
$MDNF_2 = y'u' + xzu + yz'u + +x'y'z'$,
$MDNF_3 = y'u' + xzu + yz'u + x'z'u$,
$MDNF_4 = y'u' + xy'z + xyu + x'z'u$.

2. Rešiti po $z \in \mathbb{C}$ jednačinu: $|z|^2 + z^2 = 8 - 4i$.

Rešenje: Uvođenjem smene $z = x + iy$ dobijamo

$$\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 + x^2 - y^2 + 2ixy = 8 - 4i \quad \Leftrightarrow \quad 2x^2 + 2ixy = 8 - 4i \quad \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \quad (2x^2 = 8 \ \wedge \ 2xy = -4) \quad \Leftrightarrow \quad (x^2 = 4 \ \wedge \ xy = -2) \quad \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \quad ((x = -2 \ \vee \ x = 2) \ \wedge \ xy = -2) \quad \Leftrightarrow \quad ((x = -2 \ \wedge \ -2y = -2) \ \vee \ (x = 2 \ \wedge \ 2y = -2)) \quad \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \quad ((x = -2 \ \wedge \ y = 1) \ \vee \ (x = 2 \ \wedge \ y = -1)) \quad \Leftrightarrow \quad (z = -2 + i \ \ \vee \ \ z = 2 - i)$$

3. (a) Rešiti po $x, y, z \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ -x & - & 3y & + & 2z & = & -1 \\ 2x & + & 3y & - & 7z & = & 3 \end{array}$$

(b) Diskutovati po parametru $a \in \mathbb{R}$ sistem linearnih jednačina

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ -x & - & 3y & + & (a-5)z & = & -1 \\ 2x & + & 3y & - & az & = & 5 \end{array}$$

Rešenje:

(a) Dodavanjem prve jednačine na drugu, i prve pomnožene sa -2 trećoj dobijamo $\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ & - & y & - & z & = & 1 \\ & - & y & - & z & = & 1 \end{array}$, a zatim oduzimanjem druge od treće $\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ & - & y & - & z & = & 1 \\ & & & & 0 & = & 0 \end{array}$, te vidimo da je sistem 1 puta neodređen. Za $z = \alpha \in \mathbb{R}$ redom iz druge i prve jednačine dobijamo $y = -\alpha - 1$ i $x = -5\alpha + 4$, te je skup rešenja $\mathcal{R}_S = \{(-5\alpha + 4, -\alpha - 1, \alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$.

(b) Dodavanjem prve jednačine na drugu, i prve pomnožene sa -2 trećoj dobijamo $\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ & - & y & + & (a-8)z & = & 1 \\ & - & y & + & (6-a)z & = & 1 \end{array}$, a oduzimanjem druge od treće $\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 2 \\ & - & y & + & (a-8)z & = & 1 \\ & & & & (14-2a)z & = & 0 \end{array}$.

(b.1) Za $14 - 2a \neq 0$ odnosno $a \neq 7$ je sistem jednoznačno određen.

(b.2) Za $14 - 2a = 0$ odnosno $a = 7$ je sistem 1 puta neodređen (treća jednačina u ovom slučaju glasi $0 = 0$).