

ODREDJENI INTEGRAL

1. Izračunaj površinu figure ograničene krivama:

a) $y = x^2$ i $y + x = 2$,

b) $y = 2x - x^2$ i $x + y = 0$,

c) $y = \ln x$ i $y = \ln^2 x$,

d) $y = 2x - x^2$ i $y = 0$,

e) $y = 1 + x^2$ i $y = 2$,

f) $y = \frac{x^2}{2} - x + 2$, $y = x$ i $x = 0$,

g) $y = x^2 - 2x + 2$ i $y = 2 + 4x - x^2$, h) $y = 3^x$, $y = e$, $y = e^x$ i $y = 9$,

i) $y = \frac{x^2}{2}$ i $x^2 + y^2 = 8$, koja sadrži tačku $A(0, 1)$.

Rešenja 1 :

a) $P = 4.5$, b) $P = 4.5$, c) $P = 3 - e$, d) $P = \frac{4}{3}$, e) $P = \frac{4}{3}$,

f) $P = \frac{4}{3}$, g) $P = 9$, h) $P = \frac{9-e}{\ln 3} + e^{\frac{1}{\ln 3}} + 9 \ln 9 - 27$, i) $P = 2\pi + \frac{4}{3}$.

2. Izračunaj površinu figure ograničene:

a) krivom $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ i tangentama krive u tačkama $A(1, \frac{1}{2})$ i $B(4, 2)$,

b) linijama $x = -1$, $y = 0$, $y = x^2 + x + 1$ i tangentom krive $y = x^2 + x + 1$ u tački $A(1, y_0)$,

c) krivom $y = x^2 - x + 2$ i tangentom krive $y = \ln x + 3$ u tački $A(1, y_0)$,

d) linijama $y = \sin x$, $(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$, $y = 0$, $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ i tangentom krive $y = \ln x$ u tački $A(1, y_0)$.

Rešenja 2 :

a) $P = \frac{9}{8}$, b) $P = \frac{7}{6}$, c) $P = \frac{4}{3}$.

3. Tačke $A(1, 1)$, $B(6, 1)$, $C(6, 3)$, $D(3, 4)$ i $E(1, 3)$ formiraju kućicu u xy -ravni. Pomoću određenog integrala odrediti njenu površinu.

Rešenje 3 : $P = \frac{25}{2}$.

4. a) Naći površinu figure ograničene sa $y = (x - 2)^2$ i $y = x$.

b) Naći površinu figure koja je ograničena parabolom $y = -x^2 + 6x - 5$ i tangentama u tačkama $A(1, 0)$ i $B(5, 0)$ te parabole.

v) Naći površinu figure ograničene sa $y = x$, $y = 3x$, $x = 1$ i $x + y = 6$.

g) Naći površinu figure ograničene sa $y = -x^2 + 2x + 3$ i $y = x^2 + x$.

d) Naći površinu oba dela na koje kriva $y = x^2$ deli krug $x^2 + y^2 = 4$.

dj) Izračunati površinu figure koja je ograničena sa $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{5}{4}\pi$ i x -osom.

e) Izračunati površinu kruga poluprečnika 3.

Rešenja 4 :

a) $P = \frac{9}{2}$, b) $P = \frac{16}{3}$, v) $P = \frac{1}{2}$, g) $P = \frac{19}{3}$, d) $P_1 = \pi + 2 - \frac{4}{3}\sqrt{2}$,
 $P_2 = 3\pi - 2 + \frac{4}{3}\sqrt{2}$, dj) $P = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{2})$, e) $P = 9\pi$.